

# UTILIZAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DA AGITAÇÃO

Adélio J.R. Silva e José Chambel Leitão

Hidromod, Lda, Taguspark, Núcleo Central, 349, 2780-920 Oeiras.

Email: [adelio@hidromod.com](mailto:adelio@hidromod.com); [jcleitao.hidromod@taguspark.pt](mailto:jcleitao.hidromod@taguspark.pt)

## Resumo

Os modelos matemáticos constituem actualmente uma ferramenta indispensável na gestão e planeamento de estruturas portuárias ou outras obras costeiras. Os modelos permitem uma integração de dados adquiridos através de observações efectuadas em locais distintos e por períodos de tempo limitados, o estabelecimento de diagnósticos para os problemas encontrados e a execução de prognósticos para prever o comportamento do sistema em face de outras condições.

Hoje é possível simular, com base em modelos matemáticos, fenómenos diversos e complexos que influenciam a propagação das ondas, tais como a refacção, a difracção, a reflexão, a dissipação de energia por atrito de fundo e por rebentação e as transferências de energia entre frequências do espectro. .

O rápido desenvolvimento dos computadores, tem por seu lado vindo a permitir a obtenção de soluções com recurso a modelos cada vez mais completos, cuja utilização era impensável apenas há alguns anos atrás.

Tratando-se de um processo complexo, a respectiva abordagem em termos matemáticos é geralmente efectuada com recurso à introdução de algumas hipóteses simplificativas. Obviamente, quanto mais hipóteses simplificativas são adicionadas menos aspectos são tidos em consideração mas mais económicos se tornam os modelos resultantes. Assim, em função de um problema específico haverá modelos mais ou menos adequados, pelo que se deverá proceder a uma escolha criteriosa que permita por um lado cumprir os objectivos do estudo e, por outro lado, permita efectuar as simulações com recurso a tempos de cálculo razoáveis.

Nesta comunicação é efectuada uma análise sobre diferentes tipos de modelos, com diferentes graus de complexidade, actualmente disponíveis e de uso generalizado para a simulação da propagação da agitação: modelos baseados na resolução da forma parabólica das *mild-slope equations* (eg. REFDIF), modelos espectrais (eg. STWAVE) e modelos baseados na resolução das equações de Boussinesq (eg. MOHID).

Para cada um dos modelos são apresentados casos de estudo e discutidas as respectivas capacidades e limitações tanto do ponto de vista do fundamento matemático das equações como do ponto de vista da respectiva aplicação prática.

Uma atenção especial é dedicada às aplicações com o modelo MOHID para o qual são apresentados resultados de comparação com medidas em modelo físico para os casos da barra do Douro e do porto de pesca de Quarteira.

## 1 Introdução

A complexidade e diversidade dos fenómenos que influenciam a transformação das ondas tem como consequência que, do ponto de vista matemático, não exista uma metodologia geral adequada à resolução de todos os problemas que se podem pôr neste domínio.

A importância relativa de cada um dos efeitos envolvidos é bastante variável de caso para caso, pelo que um modelo geral capaz de simular os diferentes tipos de escoamento teria de passar pela resolução integral das equações de Navier-Stokes, o que não é razoável com os meios de cálculo actuais. Deste modo, as aproximações matemáticas para o estudo da geração e propagação das ondas são tão variadas quanto os seus aspectos físicos, apresentando problemas de difícil resolução aos quais não é alheio o facto de uma das fronteiras, a superfície livre, representar uma das incógnitas do problema.

Em consequência desta complexidade, foram surgindo ao longo dos anos diferentes teorias tendo como objectivo a descrição matemática do escoamento associado à propagação das ondas de superfície, as quais conduziram a diferentes aproximações para descrever os respectivos fenómenos. Entre estas teorias podem referir-se a título de exemplo a teoria de Airy (Airy,1845), a teoria de Stokes (Stokes,1847), a teoria da onda solitária (Boussinesq,1872, McCowan,1891, Fenton,1972), a teoria da onda cnoidal (Kortweg e DeVries,1895, Keulegan e Patterson,1940, Laitone,1960), etc.

Na base de cada uma destas teorias estão hipóteses simplificativas que, de acordo com os problemas que se pretendem resolver, tornam a sua abordagem viável com os meios actualmente disponíveis. Como consequência da introdução destas simplificações, resulta a necessidade do estabelecimento dos limites de validade de cada teoria que permitam, em cada caso, ter uma noção dos erros associados à respectiva aplicação.

O rápido desenvolvimento dos computadores tem vindo a permitir a obtenção de soluções com recurso a modelos cada vez mais complexos, cuja utilização era impensável apenas há alguns anos atrás. Em qualquer dos casos, continua a verificar-se a necessidade de usar diferentes tipos de modelos de acordo com as escalas a simular e as exigências dos resultados a obter.

Nesta comunicação serão analisados três tipos de modelos de aplicação generalizada no que respeita à simulação da propagação da agitação, baseados em diferentes aproximações matemáticas e, consequentemente, com diferentes vantagens e limitações no que respeita à respectiva utilização em problemas de engenharia.

O primeiro é um modelo baseado na aproximação parabólica das equações para declives suaves (*mild slope equations*), desenvolvido na Universidade de Delaware, designado por REFDIF. O segundo é um modelo desenvolvido pelo US Army Corps of Engineers, baseado na equação de energia da onda, capaz de simular a propagação de um espectro direccionado, designado por STWAVE. O terceiro é um modelo baseado na resolução das equações de Boussinesq, desenvolvido no Instituto Superior Técnico, designado por MOHID.

Nos parágrafos que se seguem será efectuada uma análise das condições de aplicação destes três modelos tendo por base as aproximações matemáticas que estão na respectiva génese e a experiência resultante de diferentes aplicações com eles efectuadas.

## 2 Modelo REFDIF

O reconhecimento da necessidade de um aperfeiçoamento das capacidades de previsão dos tradicionais métodos de refacção, conduziu ao desenvolvimento de diversas técnicas para a modelação da agitação incluindo os efeitos combinados da refacção e da difracção.

Berchhoff (1972,76) propôs uma equação que possibilita uma aproximação do processo de propagação de ondas lineares propagando-se em batimetrias arbitrárias que apresentem declives suaves (*mild slope equation*),

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \eta) + \frac{\omega^2}{g} \eta = 0$$

sendo  $C$  a celeridade da onda,  $C_g$  a celeridade de grupo  $\omega$  a frequência e  $\eta$  a superfície livre.

Apesar dos modelos baseados nesta formulação terem constituído formalmente um passo significativo em relação aos tradicionais modelos de raios de onda, apresentavam algumas dificuldades de implementação nomeadamente no que respeita à definição das condições de fronteira.

Com o objectivo de ultrapassar esta dificuldade e simultaneamente tornar os modelos menos exigentes em termos de necessidades de cálculo, foram propostas simplificações destas equações. Entre estas, a aproximação parabólica apresenta-se como sendo particularmente atractiva para o estudo de propagação de ondas em regiões costeiras. Neste caso, a mais importante restrição à respectiva aplicação relaciona-se com a necessidade de garantir o menor ângulo possível entre a direcção de propagação e o alinhamento da malha de cálculo.

Este método foi originalmente desenvolvido por Radder (1979) e Lozano & Liu (1980) tendo sofrido posteriores modificações no sentido da inclusão de efeitos tais como a dissipação (Dalrymple et al, 1980) e a interacção ondas-correntes (Boij, 1981; Liu, 1983; Kirby, 1984). Foram ainda propostas extensões ao caso das ondas de Stokes de segunda ordem por Yue & Mei (1980), Kirby & Dalrymple (1983) e Liu & Tsay (1984b).

Outras importantes características como sejam a não-linearidade (Kirby & Dalrymple, 1986a), a rebentação (Kirby & Dalrymple, 1986b) e aproximações de ordem superior capazes de suportar maiores ângulos de propagação foram introduzidas por Kirby & Dalrymple no modelo REFDIF.

Para além destas características, o REFDIF inclui ainda algumas possibilidades especiais como seja a possibilidade de simular um espectro direccionado. Neste caso o modelo tem por base um factor de dispersão do tipo Mitsuyasu sendo as direcções e a densidade de energia geradas de forma aleatória. O modelo possui também a opção de utilização de fronteiras laterais abertas, as quais foram construídas de forma a serem razoavelmente transparentes tanto para as ondas que entram como para as que saem do domínio de cálculo. O utilizador tem ainda a liberdade de impor um campo de correntes (para simular efeitos de interacção ondas-correntes) e fornecer opcionalmente as condições a impor na fronteira (esta possibilidade é especialmente importante para a definição de zonas locais). O modelo engloba ainda uma rotina para determinação das tensões de radiação o que o torna adequado para servir de base à determinação de correntes produzidas pelas ondas.

O modelo REFDIF tornou-se ao longo dos últimos anos uma referência sendo especialmente eficaz na simulação de grandes extensões de costa que apresentem geometrias simples. A simplicidade da aproximação utilizada permite a utilização do modelo para extensões de costa de dezenas de quilómetros com recurso a tempos de cálculo reduzidos.

Apresentando o modelo características de que resultam vantagens importantes em termos de aplicação a problemas de engenharia, também apresenta algumas limitações que condicionam o domínio de aplicabilidade. Entre estas limitações podem salientar-se a impossibilidade de simulação de fenómenos de reflexão e a necessidade de que a direcção de propagação seja o mais possível alinhada com a malha de cálculo.

### 3 Modelo STWAVE

O modelo STWAVE tem por base a resolução da equação de energia da onda, e inclui a simulação dos fenómenos refração e emolamento das ondas por efeito da batimetria e da interacção com correntes, e geração de ondulação por acção do vento. Para além disso o modelo contempla ainda a simulação dos processos de rebentação e da interacção onda-onda e *white capping* responsáveis pela redistribuição e dissipação de energia num campo de ondas em desenvolvimento. A difracção é simulada de forma simplificada e indirecta através de um processo de redistribuição da energia. Este processo embora permita a distribuição de energia

para as zonas de sombra não permite no entanto simular a rotação da onda que ocorre nestes casos.

O espectro bidimensional é fornecido como condição de fronteira e a respectiva propagação é calculada através da determinação dos raios de onda para cada uma das respectivas frequências e direcções. A energia da onda é calculada com base na equação (Jonsson 1990):

$$(C_{ga})_i \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{C_a C_{ga} \cos(\mu - \alpha) E}{w_r} = \sum \frac{S}{w_r}$$

sendo  $E$  a densidade de energia do espectro (a qual é uma função da frequência angular  $w$ , e da direcção  $q$ ) e  $S$  os termos de fonte e poço de energia. Os ângulos  $m$  e  $a$  são definidos de acordo com o referencial da Figura 1.

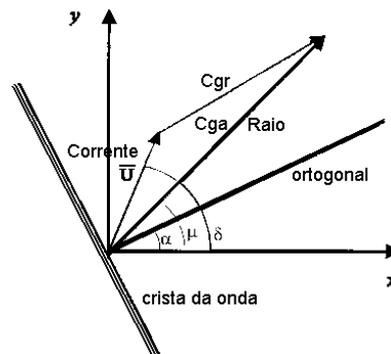


Figura 1: Referencial utilizado no modelo STWAVE

A difracção é incluída de forma simplificada através do alisamento da energia da onda, com base na seguinte forma,

$$E_j(w_a, \theta) = 0.55 E_j(w_a, \theta) + 0.225 (E_{j+1}(w_a, \theta) + E_{j-1}(w_a, \theta))$$

O modelo inclui ainda um processo de desenvolvimento das ondas através da transferência de momento do campo de ventos. Neste caso o fluxo de energia  $F_{in}$  para o campo de ondas é calculado com base na expressão,

$$F_{in} = \lambda \frac{\rho_a}{\rho_w} 0.85 C_m \frac{u_*^2}{g}$$

sendo  $C_m$  a celeridade média da onda,  $u_*$  a velocidade de corte (igual ao produto da velocidade do vento  $U$  pela raiz quadrada do coeficiente de arrastamento  $CD = 0.0012 + 0.000025U$ )

Em águas profundas o modelo STWAVE determina uma taxa de crescimento da energia total consistente com a formulação de Hasselmann et al. (1973). À medida que a energia do vento alimenta as ondas, esta é redistribuída através do processo de interacção onda-onda. A energia é transferida do pico do espectro para as baixas frequências (fazendo decrescer a frequência de pico) e para as altas frequências (onde é dissipada).

Em relação ao modelo REFDIF referido anteriormente, embora o STWAVE trate de forma muito simplificada a difracção e requeira a disponibilização de maiores recursos computacionais, tem revelado maior fiabilidade no que respeita à aplicação a problemas de engenharia. O modelo não apresenta sintomas de dependência excessiva da malha e é, regra geral, bastante estável.

Da mesma forma que no caso do REFDIF, também possui rotinas para o cálculo das tensões de radiação que tornam a respectiva utilização compatível com a determinação de correntes promovidas pelas ondas.

Entre as hipóteses simplificativas associadas às equações que governam o modelo podem referir-se a consideração de declives suaves na batimetria, a ausência de fenómenos de reflexão e a assumpção de condições estacionárias para as ondas, correntes e vento.

#### 4 Modelo MOHID

Os modelos anteriores, sendo extremamente eficazes na simulação da agitação em zonas de costa aberta, apresentam no entanto limitações importantes no que respeita à simulação dos fenómenos de difracção e não têm em consideração os efeitos da reflexão, dois aspectos fundamentais na simulação da agitação em zonas portuárias.

O modelo MOHID, originalmente desenvolvido no Instituto Superior Técnico, compreende um conjunto de módulos capazes de, para além da hidrodinâmica, simular nomeadamente fenómenos de dispersão (abordagens lagrangeana e euleriana), qualidade da água e transporte de sedimentos (coesivos e não coesivos).

O módulo de propagação da agitação do modelo MOHID, é baseado na resolução das equações de Boussinesq e permite ultrapassar as limitações inerentes aos modelos anteriores no que respeita à simulação dos fenómenos associados à propagação da agitação.

Estas equações têm sido objecto de grande atenção por parte da comunidade científica ao longo dos últimos anos dada a sua capacidade de integrar a generalidade dos fenómenos mais importantes a que estão sujeitas as ondas, sendo actualmente reconhecido como a ferramenta mais fiável para a simulação de agitação em geometrias complexas.

As equações de Boussinesq para um fundo variável na sua forma standard foram derivadas por Peregrine (1967) assumindo que os fenómenos de linearidade e de dispersão em frequência são fracos e da mesma ordem de grandeza. Nestas condições as equações podem ser escritas na forma:

$$\eta_t + \nabla \cdot [(\eta + h)u] = 0$$

$$u_t + \frac{1}{2} \nabla |u|^2 + g \nabla \eta + \left\{ \frac{h^2}{6} \nabla (\nabla \cdot u_t) - \frac{h}{2} \nabla (\nabla \cdot (hu_t)) \right\} = 0$$

sendo  $u$  a velocidade média na vertical,  $\eta$  a superfície livre e  $h$  a profundidade.

Pelo facto das equações assumirem as hipóteses de não linearidade e dispersão em frequência fracas estas equações não são válidas nem para profundidades muito reduzidas nem para grandes profundidades.

Estas limitações, associadas ao facto dos modelos baseados nestas equações requererem grandes recursos computacionais, colocaram durante muitos anos algumas restrições ao seu uso generalizado em problemas de engenharia. No entanto, durante a última década, com o incremento da potência de cálculo, assistiu-se a um renovado interesse pelos modelos baseados nas equações de Boussinesq, tendo sido propostas extensões das equações para permitir a simulação em águas profundas, como seja o caso da formulação proposta por Nwogu (1993):

$$\eta_t + \nabla \cdot [(\eta + h)u] + \nabla \cdot \left\{ \left( \frac{z_\alpha^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right) h \nabla (\nabla \cdot u_\alpha) + \left( z_\alpha + \frac{h}{2} \right) h \nabla (\nabla \cdot hu_\alpha) \right\} = 0$$

$$u_t + \frac{1}{2} \nabla |u_\alpha|^2 + g \nabla \eta + z_\alpha \left\{ \frac{1}{2} z_\alpha \nabla (\nabla \cdot u_\alpha) + \nabla (\nabla \cdot (hu_\alpha)) \right\} = 0$$

sendo  $u_\alpha$  o vector de velocidades a uma profundidade  $z_\alpha$ .

Neves e Silva (1991) propuseram igualmente uma formulação para águas profundas baseada num conceito de ajuste da relação de dispersão para águas profundas à relação de dispersão que resulta da teoria de Stokes. Com base nesta formulação é definido um valor de  $h'$  a ser utilizado no cálculo dos termos de Boussinesq que garante a verificação da relação de dispersão da teoria de Stokes em águas profundas,

$$h' = \sqrt{\frac{3h}{k \tanh(kh)} - \frac{3}{k^2}}$$

Assumindo as equações a forma,

$$\eta_t + \nabla \cdot [(\eta + h)u] = 0$$

$$u_t + \frac{1}{2} \nabla |u|^2 + g \nabla \cdot \eta + \left\{ \frac{h'^2}{6} \nabla (\nabla \cdot u_t) - \frac{h'}{2} \nabla (\nabla \cdot (h' u_t)) \right\} = 0$$

Esta aproximação, sendo mais limitada que a formulação de Nwogu por apenas ser válida para ondas monocromáticas, apresenta a vantagem de, nos casos em que é aplicável, requerer menores recursos computacionais.

Apesar destas novas formulações resolverem o problema da limitação da aplicabilidade das equações a águas profundas, continuam a apresentar a restrição imposta pela hipótese de fraca não linearidade. Com o intuito de resolver definitivamente esta última limitação das equações Wei et al (1994) propuseram uma formulação de ordem superior que permite a consideração de ondas completamente não lineares. No entanto, dada a complexidade desta formulação, a sua aplicabilidade a casos de engenharia é por enquanto restrita.

O principal inconveniente da utilização dos modelos baseados neste tipo de aproximação resume-se essencialmente aos requisitos em termos de necessidades de recursos computacionais. Ao contrário dos modelos anteriores que resolvem o problema considerando uma situação estacionária, o modelo MOHID resolve as equações no domínio do tempo, permitindo simular regimes não estacionários. Esta vantagem tem como consequência a necessidade de consideração de malhas de cálculo mais detalhadas e de tempos de simulação suficientes para permitir o desenvolvimento do clima de agitação em todo o domínio de cálculo.

## 5 Utilização dos modelos em problemas de engenharia

Os modelos anteriores têm sido objecto de dezenas de aplicações no âmbito de projectos de engenharia quer como ferramenta de apoio ao dimensionamento de estruturas quer como elemento de base na determinação de correntes litorais e correspondentes processos de transporte.

A utilização destes diferentes modelos no âmbito de diversos projectos permitiu obter uma importante experiência sobre a eficiência de cada um deles quando aplicados a geometrias reais. Para além das limitações que resultam directamente das aproximações que estão na base das equações em que se baseiam, a aplicação dos modelos a casos reais introduz quase sempre desafios adicionais aos modelos que muitas das vezes não são detectáveis em simulações de geometrias ideais de teste.

Por esta razão, se por um lado a utilização dos modelos implica ter sempre presente as teorias que estão na sua base, por outro lado também é necessário adquirir a necessária experiência de utilização que permita uma análise criteriosa dos resultados e a identificação de potenciais problemas que nem sempre são evidentes. Este último aspecto, que é extensível à utilização de qualquer modelo à simulação de qualquer processo, ganha especial importância nas situações em que ou não há informação suficiente para uma validação eficaz dos resultados, como acontece a maioria das vezes no caso das simulações de propagação da agitação.

### 5.1 Exemplos de aplicação dos modelos REFDIF e STWAVE

Os modelos REFDIF e STWAVE, por não permitirem uma descrição detalhada dos processos de difracção e reflexão são pouco adequados à simulação de escoamentos complexos como seja os que ocorrem no caso dos portos ou em torno de outras estruturas, mas representam uma alternativa válida para a simulação de escoamentos em costa aberta.

Nesta perspectiva, em muitos dos problemas em que são aplicáveis, ambos os modelos se apresentam como opções válidas e alternativas. Do ponto de vista teórico o modelo REFDIF apresentará vantagens sobre o modelo STWAVE uma vez que permite a consideração de fenómenos de difracção (embora de forma limitada) e apresenta igualmente a opção de simulação de um espectro nos casos em que esse aspecto seja considerado relevante.

Para além deste aspecto, a grande vantagem do modelo REFDIF em relação ao modelo STWAVE reside na forma versátil como é tratada a malha de cálculo. Apesar do modelo utilizar normalmente 12 pontos de cálculo por comprimento de onda, caso a malha apresente uma definição inferior é efectuada uma interpolação interna para garantir que, em cada passo de cálculo existem efectivamente 12 pontos por comprimento de onda. Dado o carácter parabólico das equações esta interpolação só tem de ser efectuada localmente em cada passo de cálculo, pelo que as dimensões das matrizes podem ser significativamente inferiores às que seriam necessárias se esta definição tivesse de ser garantida à partida para toda a malha. Nesta perspectiva, o modelo REFDIF apresenta-se quase sempre como uma opção muito adequada para a execução de simulações ao longo de grandes extensões de costa.

Como principais inconvenientes de utilização do modelo podem referir-se as que advêm das restrições do alinhamento da malha em relação à direcção predominante de propagação da agitação, que tem como implicação que o modelo não seja aplicável para ondas que se apresentem muito oblíquas em relação à malha de cálculo. Apesar do modelo REFDIF incorporar aproximações para aumentar o limite de validade das equações, a solução do modelo deixa de ser válida para situações em que o ângulo entre a direcção de propagação e a malha de cálculo excede valores da ordem dos 60 graus.

Para além disso, a experiência tem mostrado que, no caso de geometrias complexas, os resultados do modelo podem apresentar uma excessiva dependência em relação à malha de cálculo. Por esta razão é sempre aconselhável que, no caso de aplicações a problemas de engenharia este aspecto seja sempre verificado, efectuando simulações com base em diferentes malhas de cálculo (direcção e espaçamento) e avaliando a sensibilidade dos resultados a este factor

As aplicações efectuadas como o modelo STWAVE não apresentam em regra este problema em relação à dependência da malha mas, em contrapartida, exigem a definição de uma malha de cálculo mais detalhada o que torna mais complicada a sua utilização em domínios de grandes dimensões.

Tendo estes aspectos em consideração conclui-se que, na prática, nos casos em que seja aplicável, o modelo STWAVE se revela quase sempre como a melhor alternativa por não introduzir a incerteza que advém da definição da malha. Deve no entanto referir-se que este problema não é comum a todas as aplicações, verificando-se que o nível de dependência da malha é muito variável de caso para caso, estando quase sempre relacionado com a complexidade da batimetria.

Ambos os modelos têm sido utilizados com êxito em diversas aplicações quer relacionadas com a necessidade específica do conhecimento do clima de agitação local quer como base para a determinação de correntes litorais. Em alguns casos, tendo em consideração que por norma não existem medidas simultâneas de ondas ao largo e no local que permitam validar os resultados, os modelos têm sido utilizados em simultâneo como forma de melhor aferir o respectivo nível de incerteza.

A título de exemplo apresentam-se nas Figura 2 e Figura 3 os resultados da utilização de ambos os modelos na zona costeira em frente a Vila Praia de Âncora. Dado o facto dos resultados do modelo REFDIF se referirem apenas a uma frequência e os do STWAVE à altura significativa relativa a um espectro direccional, os valores relativos ao modelo REFDIF tendem a apresentar gradientes mais marcados enquanto que os do STWAVE aparecem alisados pela acção do conjunto de frequências que está a ser simulado. Em qualquer dos casos, como se pode observar, os resultados apresentam tendências e ordens de magnitude muito semelhantes.

O modelo REF2DIF permite ainda efectuar uma reconstrução da superfície livre o que permite a obtenção de resultados atractivos para a respectiva descrição (cf. Figura 4) o que, em geral, apresenta vantagens para análise dos resultados por parte de não especialistas.

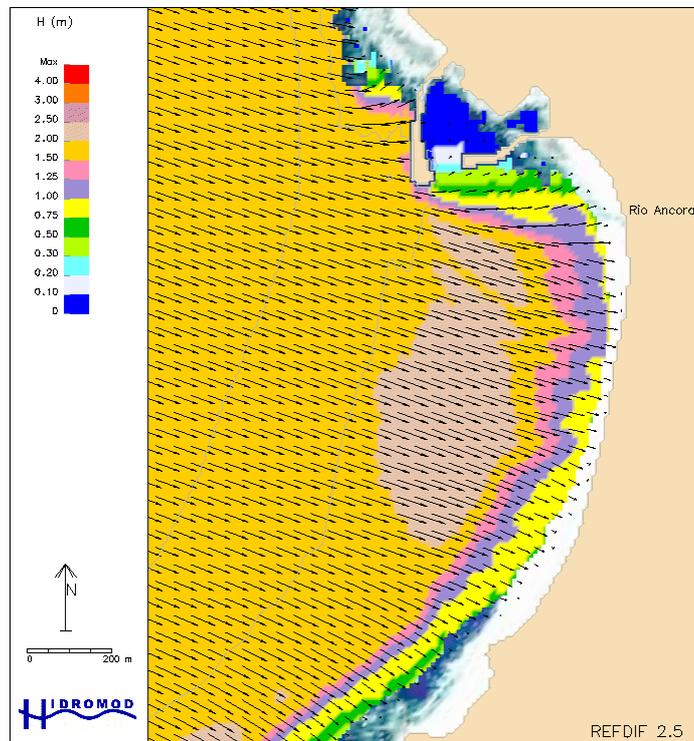


Figura 2: Distribuição de alturas e direcções da onda calculadas pelo modelo REF2DIF. Input: onda monocromática com  $H=1.5m$ ;  $T=12s$  e  $Dir=WNW$ .

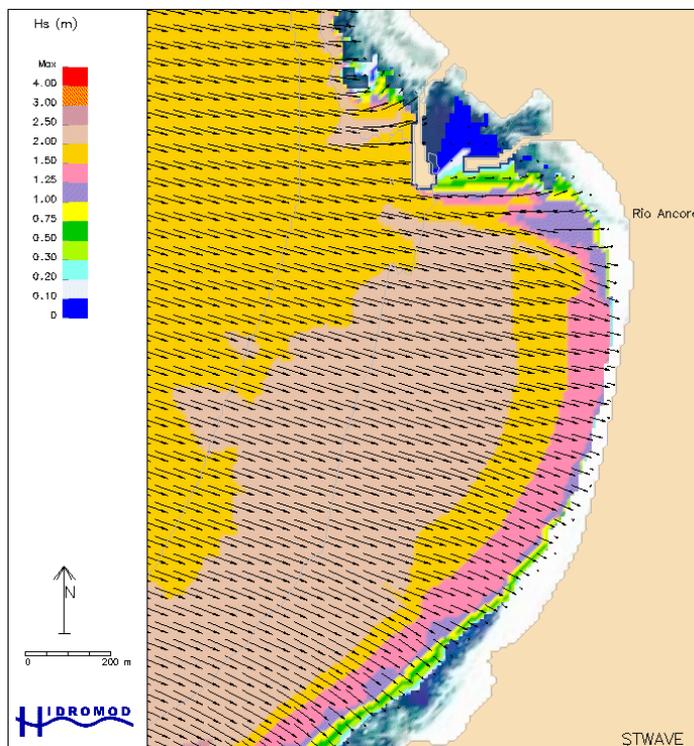


Figura 3: Distribuição de alturas e direcções da onda calculadas pelo modelo STWAVE. Input: espectro direccional do tipo Jonswap considerando  $H_s=2.0m$ ,  $T_p=12s$  e  $Dir=WNW$ .

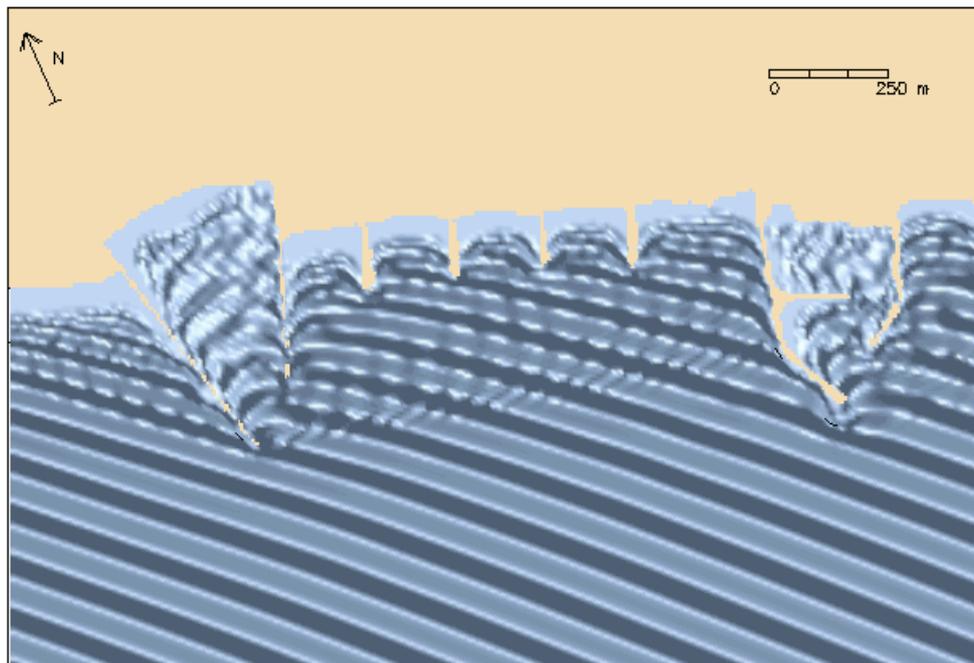


Figura 4: Aspecto da superfície livre calculada com base no modelo REFDIF.

## 5.2 Exemplos de aplicação do modelo MOHID

O modelo MOHID, do ponto de vista técnico, representa um avanço significativo em relação aos dois modelos anteriores em termos da simulação dos fenómenos associados à propagação da agitação. Este tipo de modelos tem condições para poder incluir todas as características inerentes aos modelos anteriores (incluindo a capacidade de simulação de agitação irregular) acrescentando a capacidade de simular a quase totalidade dos fenómenos a que as ondas estão sujeitas. No entanto, atendendo a que necessita de uma malha de cálculo com uma definição da ordem de vinte pontos por comprimento de onda e que tem de resolver o processo de propagação da agitação no domínio do tempo, a sua aplicabilidade a domínios de grandes dimensões é por enquanto reduzida.

Por esta razão, em domínios de grandes dimensões, é comum utilizar um modelo do tipo REFDIF ou STWAVE para definir condições de fronteira em zonas delimitadas onde a informação disponibilizada por este modelo é mais importante como é o caso da propagação da agitação em geometrias complexas (cf. Figura 5 e Figura 6).

Este modelo tem-se revelado extremamente eficaz e fiável na simulação dos processos, sendo actualmente uma ferramenta de apoio imprescindível na análise de opções de projecto e no diagnóstico de problemas. Os resultados têm em regra mostrado boa concordância com a experiência local e com resultados de modelos físicos com que têm sido efectuados alguns ensaios de comparação.

Também neste caso, a experiência tem mostrado que a forma de apresentação dos resultados pode constituir um precioso auxiliar no que respeita à análise das opções de projecto por parte de não especialistas, facilitando a compreensão tanto dos potenciais resultados das obras propostas (cf. Figura 7 e Figura 8) como dos resultados obtidos para a situação de referência. Em muitos casos o conhecimento prático do comportamento habitual dos sistemas por parte dos respectivos utentes e responsáveis e a identificação desses comportamentos nos resultados dos modelos constitui um precioso auxiliar na validação dos resultados.

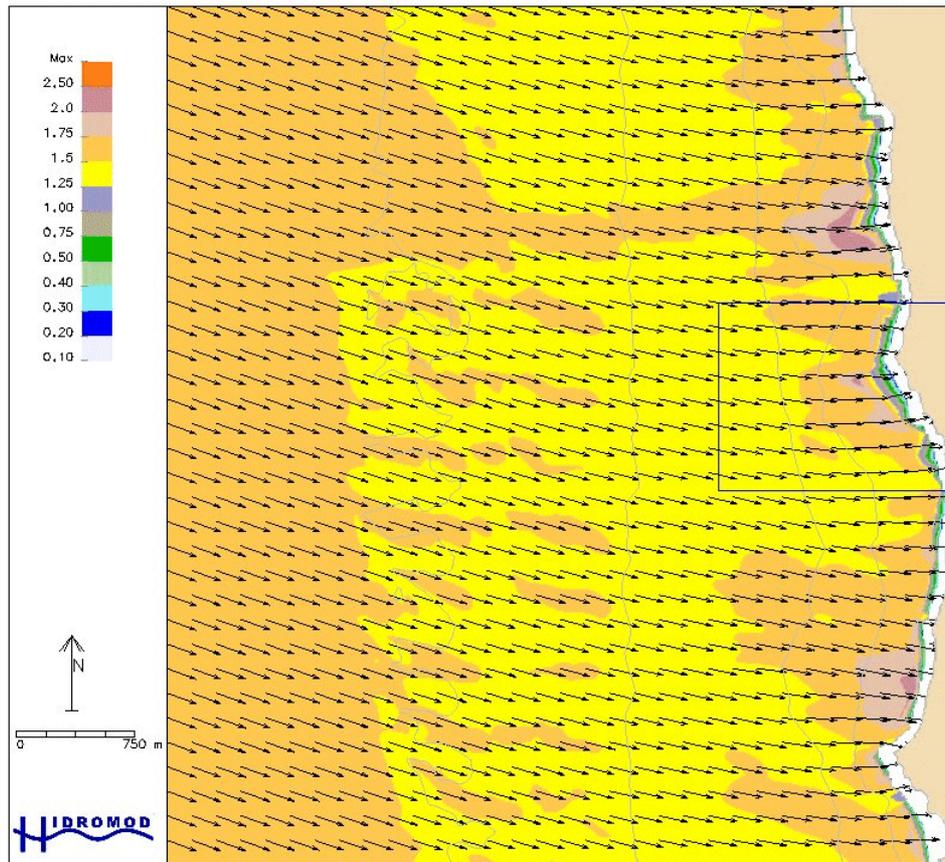


Figura 5: Distribuição de Alturas significativas e direcções predominantes calculadas pelo modelo STWAVE tendo por objectivo a caracterização das condições no limite da zona local assinalada na figura.

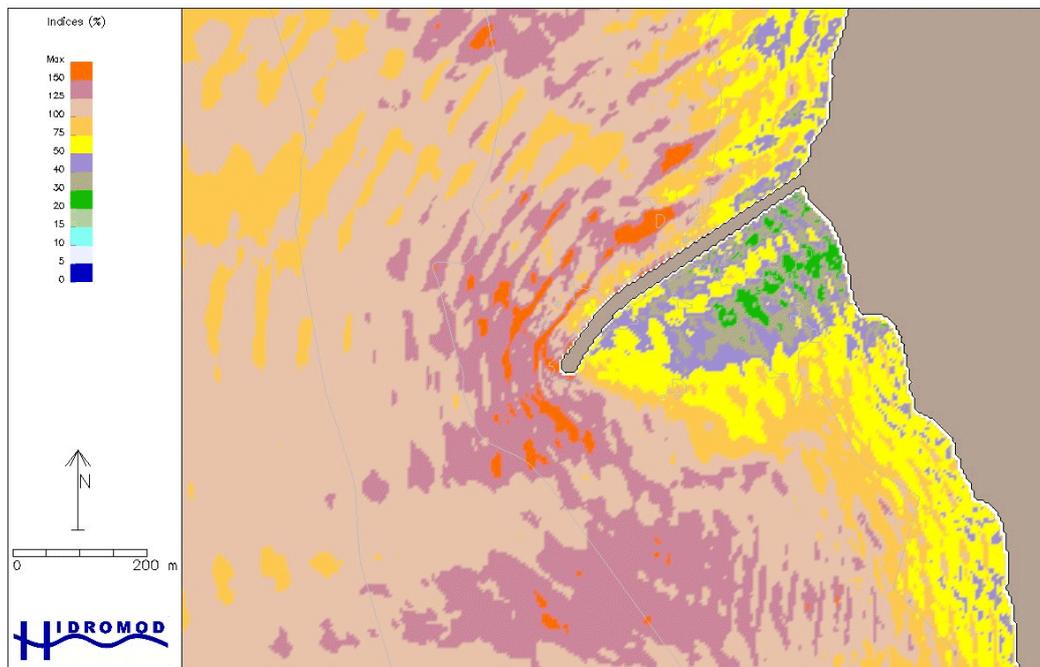


Figura 6: Distribuição de Alturas calculadas pelo modelo MOHID na zona local assinalada na figura anterior.

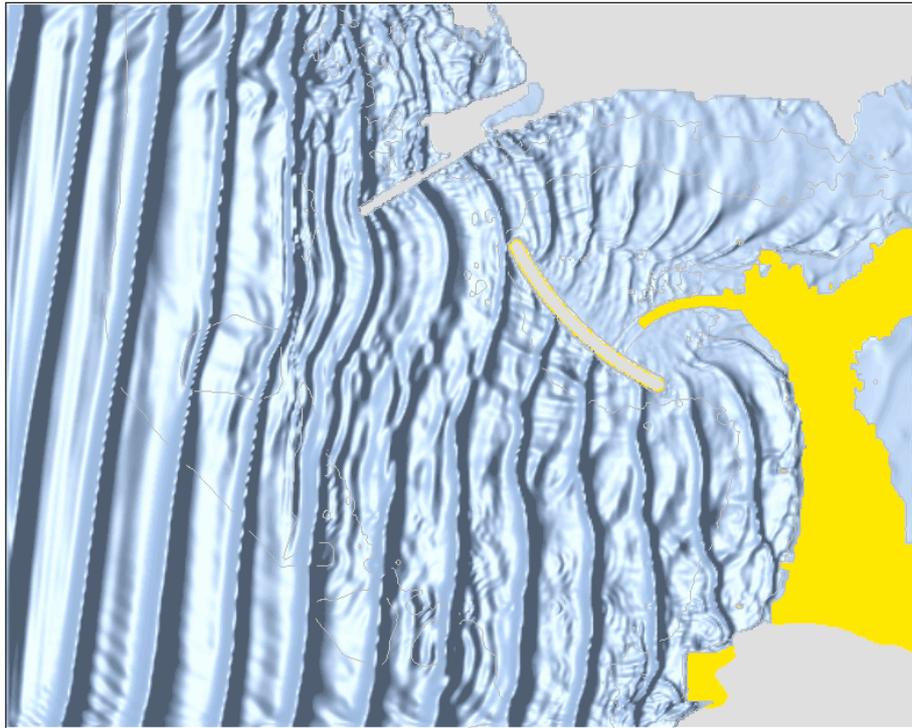


Figura 7: Aspecto da superfície livre na barra do Douro calculada pelo modelo MOHID (clique sobre a figura para ver animação)

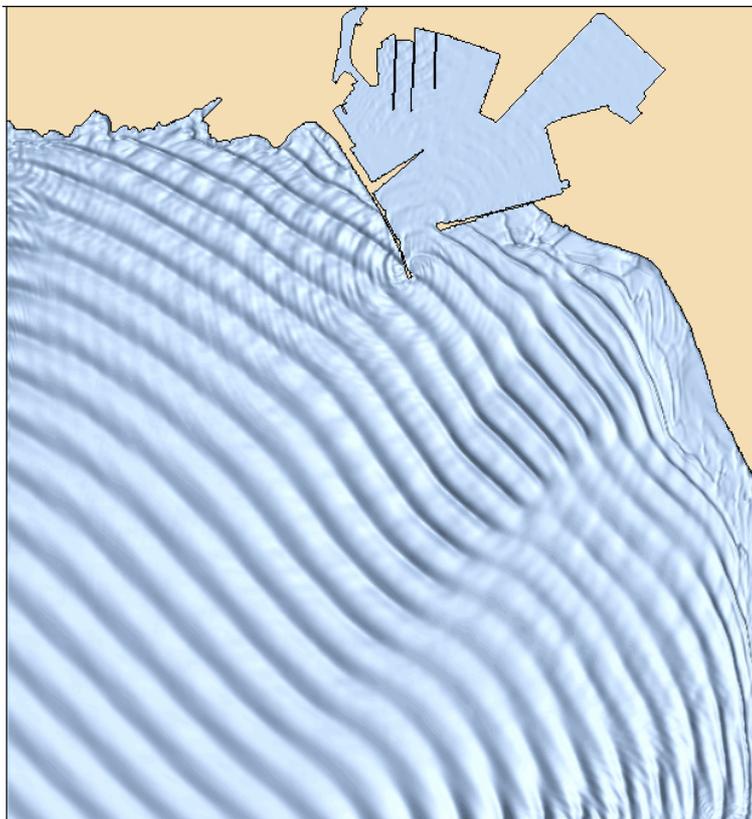


Figura 8: Aspecto da superfície livre no porto de Peniche calculada pelo modelo MOHID MOHID (clique sobre a figura para ver animação)

### 5.3 Comparações com medidas em modelo físico

Em 1995, na sequência dos ensaios de estabilidade e galgamentos dos molhes do porto, o LNEC efectuou uma avaliação da capacidade de abrigo das obras através da medição das alturas de onda nos pontos indicados na Figura 9. Nestes ensaios em modelo físico foram simuladas ondas provenientes de S35W ( $T_p = 9$  s e 12 s) e S10E ( $T_p = 7$  s e 10 s).

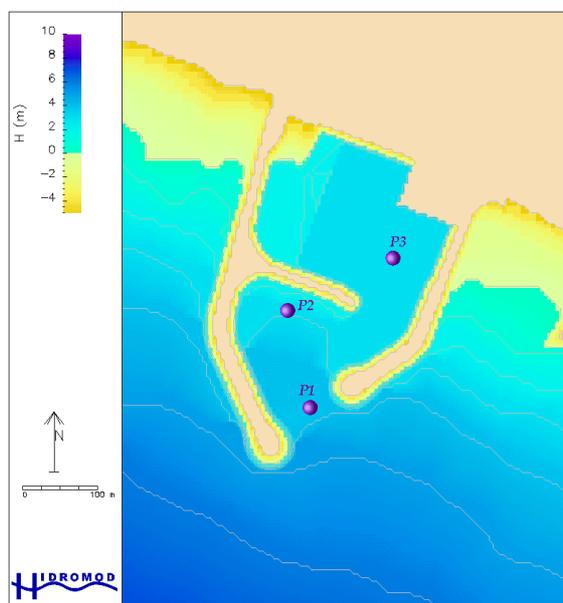


Figura 9 – Estimativa de localização das sondas no modelo físico (LNEC, 1995)

Tirando partido da disponibilidade destes dados, foram efectuadas simulações com o modelo MOHID para estes dois rumos, respectivamente para os períodos 12 s e 10 s, e analisada a concordância dos dois modelos relativamente aos respectivos resultados.

Os resultados obtidos com o modelo físico e com o modelo MOHID mostraram uma boa concordância como se pode verificar através da análise cujo resumo se apresenta no Quadro 1. Em relação a estes resultados, deve referir-se que, no caso do modelo numérico, eles representam uma estimativa uma vez que não se possuía a localização exacta das sondas do modelo físico.

Quadro 1 – Comparação dos resultados dos modelos físico e numérico

Onda	S35W, $H_s = 3$ m, $T_p = 12$ s		S10E, $H_s = 3$ m, $T_p = 10$ s	
Modelo	<i>Modelo Físico</i>	<i>Modelo Numérico</i>	<i>Modelo Físico</i>	<i>Modelo Numérico</i>
Ponto 1	0.69	0.66	0.96	0.85
Ponto 2	0.34	0.33	0.58	0.50
Ponto 3	0.14	0.16	0.18	0.17

No caso do projecto dos molhes da barra do Douro, os resultados do modelo MOHID foram também objecto de comparação com os resultados de um modelo físico construído pelo Laboratório Nacional de Engenharia Civil (2003a,b) no âmbito dos ensaios de estabilidade das estruturas.

Nas Figura 11 a Figura 14 apresentam-se comparações dos resultados obtidos com ambos os modelos nos pontos indicados na Figura 10. Embora a comparação não possa ter um carácter exacto devido ao facto dos valores publicados pelo LNEC se referirem à média aritmética dos índices obtidos para ondas de diferentes alturas e a localização dos pontos de comparação ser apenas aproximada, verifica-se uma muito boa concordância entre ambos os valores.

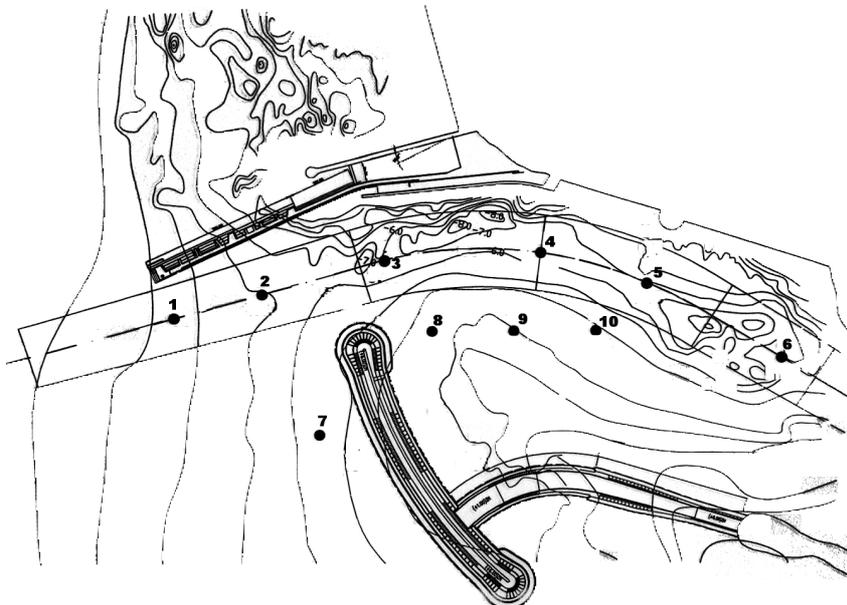


Figura 10 – Localização dos pontos de comparação dos resultados dos modelos numérico e físico.

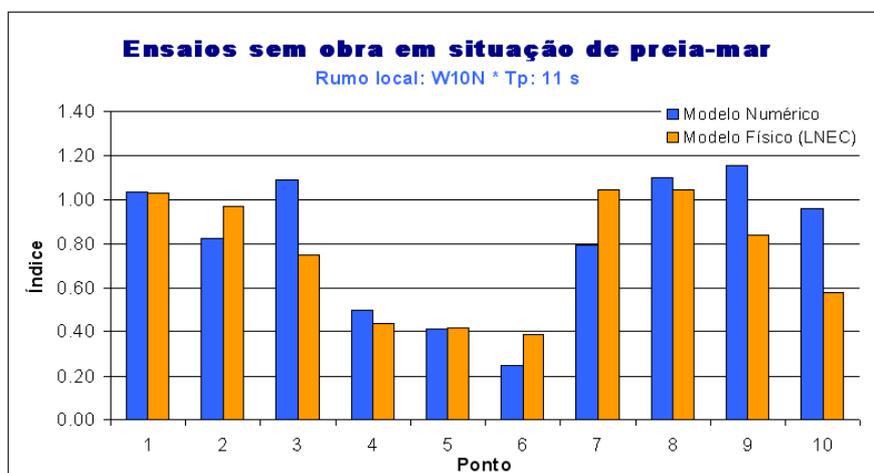


Figura 11 – Comparação dos resultados dos modelos numérico e físico. Situação de preia-mar e ondas incidentes provenientes de W10N com  $T_p = 11s$ . Situação de referência.

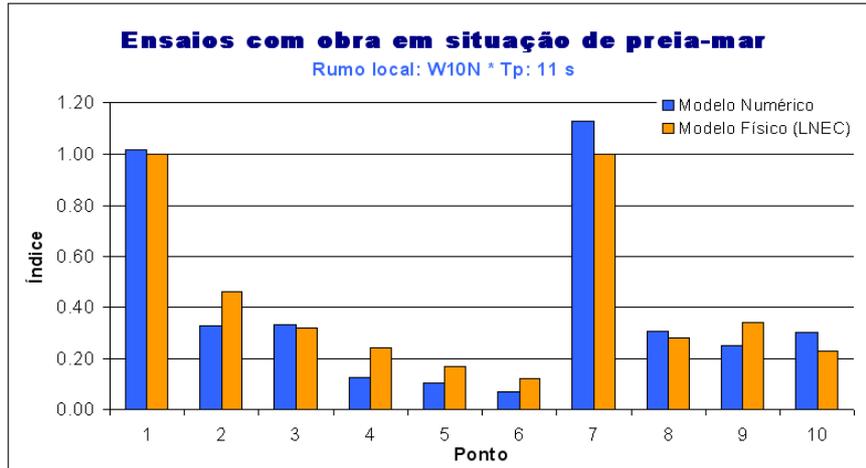


Figura 12 - Comparação dos resultados dos modelos numérico e físico. Situação de preia-mar e ondas incidentes provenientes de W10N com  $T_p = 11s$ . Solução de projecto.

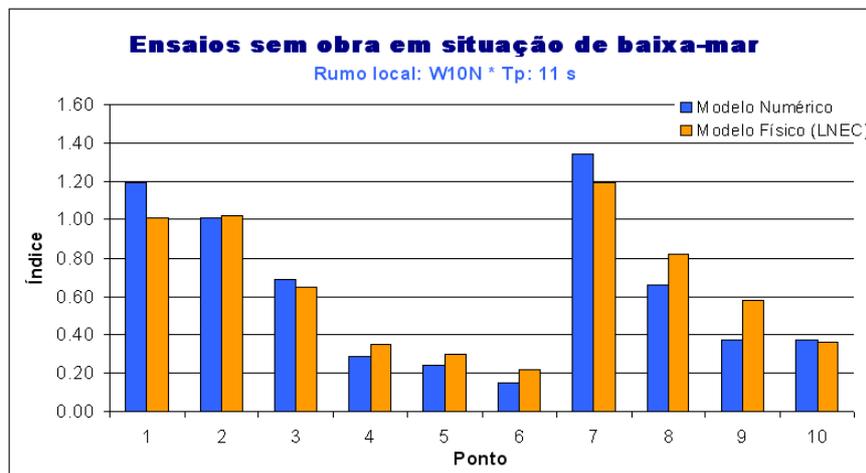


Figura 13 - Comparação dos resultados dos modelos numérico e físico. Situação de baixa-mar e ondas incidentes provenientes de W10N com  $T_p = 11s$ . Situação de referência.

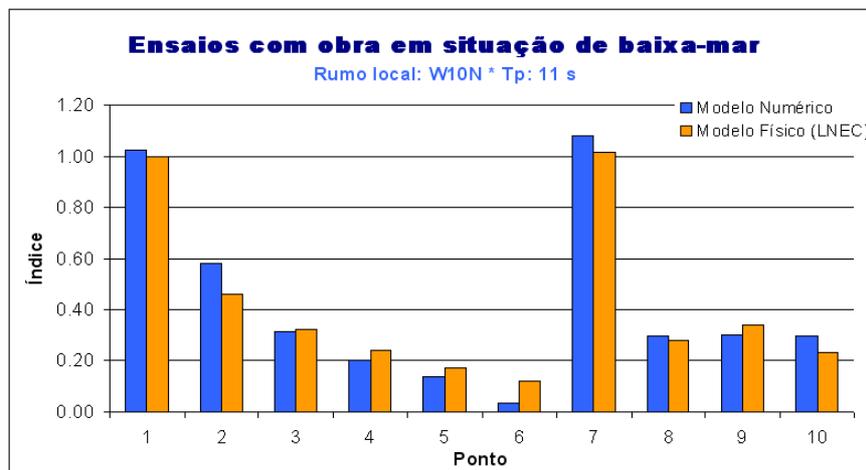


Figura 14 - Comparação dos resultados dos modelos numérico e físico. Situação de baixa-mar e ondas incidentes provenientes de W10N com  $T_p = 11s$ . Solução de projecto.

## 6 Conclusões

Neste documento foi apresentada uma análise sobre diferentes tipos de modelos, com diferentes graus de complexidade, actualmente disponíveis e de uso generalizado para a simulação da propagação da agitação.

Para cada um dos modelos (REFDIF, STWAVE e MOHID) foram apresentados casos de estudo e analisadas as respectivas capacidades e limitações tendo sido dada especial atenção aos aspectos relacionados com a respectiva aplicação prática.

Das considerações efectuadas ao longo do texto sobre as condições de aplicabilidade dos diferentes modelos, em termos de vantagens e inconvenientes, pode retirar-se um conjunto de conclusões sobre alguns dos pontos fortes e fracos de cada um e em que condições podem ou não ser utilizados.

Os modelos REFDIF e STWAVE apresentam características que os tornam especialmente indicados para a simulação da propagação da agitação em geometrias simples. Por não possuírem a capacidade de simular completamente os processos de difracção e reflexão são pouco adequados à simulação de escoamentos complexos como seja os que ocorrem no caso dos portos ou em torno de outras estruturas. Os resultados obtidos permitem de uma forma geral uma boa caracterização do processo de propagação entre o largo e a costa, verificando-se que o modelo REFDIF, por necessitar de menores recursos computacionais, é a melhor opção para a simulação de domínios de grandes dimensões.

Como principal desvantagem, chama-se a atenção para a excessiva dependência da malha de cálculo que este modelo por vezes apresenta, sendo recomendado que, para avaliar a importância deste aspecto no que respeita a uma determinada aplicação, sejam sempre efectuadas análises de sensibilidade utilizando diferentes malhas de cálculo (diferentes orientações e diferentes resoluções). O modelo STWAVE não apresenta sintomas deste problema constituindo uma alternativa que revela muito boas características de estabilidade numérica. Como principal desvantagem apresenta o facto de, em relação ao modelo REFDIF, necessitar de maiores recursos computacionais que podem mesmo inviabilizar a respectiva aplicação em domínios de grandes dimensões.

O modelo MOHID, dos três modelos apresentados, é tecnicamente o mais evoluído, representando o tipo de ferramenta mais completa que é actualmente possível dispor para a simulação da propagação da agitação. Este tipo de modelos permite integrar a generalidade dos fenómenos mais importantes a que estão sujeitas as ondas, permitindo simular a propagação da agitação nas mais complexas geometrias. A versão das equações implementada no modelo MOHID apresenta extensões que permitem aplicar o modelo à simulação da propagação da agitação desde o largo até à costa. Não integra no entanto as extensões de ordem superior que permitem a consideração total dos fenómenos decorrentes da não linearidade, sendo as equações válidas para escoamentos com fraca não linearidade. Esta limitação só apresenta consequências realmente importantes em zonas de muito baixa profundidade, perto da rebentação, pelo que constitui a melhor (e a maior parte das vezes única) opção válida para aplicação à generalidade dos problemas de engenharia em portos ou noutras geometrias complexas.

A principal desvantagem da aplicação deste modelo reside nos elevados recursos computacionais que necessita o que inviabiliza, por enquanto, a sua aplicação a áreas de grandes dimensões. Em termos de escalas pode dizer-se que o modelo MOHID será aplicável a domínios da ordem do quilómetro quadrado, o modelo STWAVE já apresenta características para poder ser aplicado a domínios da ordem da dezena de quilómetros quadrados e o modelo REFDIF pode mesmo tratar domínios da ordem de várias dezenas de quilómetros quadrados.

A escolha de um ou outro modelo terá assim de ter em consideração as características das geometrias a tratar e do detalhe dos resultados que será necessário obter. Do ponto de vista teórico, a melhor opção recairá sobre o modelo que dá garantias de incluir mais fenómenos. No entanto, como se viu, nem sempre esta opção é viável por motivos ligados aos recursos computacionais pelo que, nesses casos deverá ser escolhida uma opção alternativa que, não pondo em causa os resultados do projecto, permita obter os resultados necessários.

## 7 Bibliografia

- Airy G.B., 1845, "Tides and Waves", Encyclopaedia Metropolitana, V, art 192, pp 241-396.
- Berckoff J.C.W., 1972, "Computation of Combined Refraction-Diffraction", Proc. of the 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp 471,490.
- Berckoff J.C.W., 1976, "Mathematical Models for Simple Harmonic Linear Water Waves, Wave Refraction and Diffraction", Pub. 1963, Delft Hydraulics Lab.
- Booij N., 1981, "Gravity Waves on Water with non-uniform Depth and Current", Rep. 81-1, Dept. of Civil Eng., Delft Tech. Univ.
- Boussinesq J., 1872, "Théorie des Ondes et des Remous qui se Propagent le Long d'un Canal Rectangulaire Horizontal en Communiquant au Liquide Contenu dans le Canal des Vitesses Sensiblement Pareilles de la Surface au Fond", J. des Math. Pures et App., pp 55-108.
- Dalrymple R.A., Kirby J.T. & Hwang P.A., 1980, "Wave Diffraction due to Areas of Energy Dissipation", J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE, 110, pp 67-79.
- Fenton, 1972, "A Ninth-Order Solution for the Solitary Wave", J. of Fluid Mech., pp 257-271
- Hasselmann, K., Barnett, T.P., Bouws, E., Carlson, H., Cartwright, D.E., Enke, K., Ewing, J.A., Gienapp, H., Hasselmann, D.E., Kruseman, P., Meerburg, A., Muller, P., Olbers, D.J., Richter, K., Sell, W., and Walden, H., 1973, "Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)". Deut. Hydrogr. Zo, Suppl. A, 8(12), 1-95
- Jonsson, I.G., 1990, "Wave-current interactions", The Sea. Chapter 3, Vol. 9, Part A, B. LeMehaute and D. M. Banes, ed., John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Kirby J.T., 1984, "A Note on Linear Surface Wave-Current Interaction over Slowly Varying Topography", J. Geophys. Res., 89, pp 745-747.
- Kirby J. & Dalrymple R.A., 1986a, "An Approximate Model for Nonlinear Dispersion in Monochromatic Wave Propagation Models", Coastal Eng., 9, pp 545-561.
- Kirby J. & Dalrymple R.A., 1986b, "Modeling Waves in Surfzones and Around Islands", J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., 112, pp 78-93.
- Kirby J.T. & Dalrymple R.A., 1983, "A Parabolic Equation for the Combined Refraction-Diffraction of Stokes Waves by Mildly Varying Topography", J. Fluid Mech., 136, pp 453-466.
- Kortweg D.J. & DeVries G., 1895, "On the Change of Form of Long Waves Advancing in a Rectangular Canal, and on a New Type of Long Stationary Waves", Phil. Magazine, 5<sup>th</sup> Ser., V.XXXIX, nº CCXL, pp 422-443.
- Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1995, "Porto de Pesca de Quarteira. Ensaios Tridimensionais de Estabilidade e Galgamentos. Relatório.
- Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 2003a, "Ensaios em Modelo Reduzido das Obras Necessárias à Melhoria da Acessibilidade e das Condições de Segurança na Barra do Douro. Ensaios de Agitação e de Estabilidade e Galgamento do Molhe Norte.", Relatório 22/03 – NPE.
- Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 2003b, "Ensaios em Modelo Reduzido das Obras Necessárias à Melhoria da Acessibilidade e das Condições de Segurança na Barra do Douro. Ensaios de Estabilidade e Galgamento do Molhe Sul.", Relatório 23/03 – NPE, 2003.
- Laitone E.V., 1960, "Water Waves IV. Shallow Water Waves", Inst. Eng. Res., Tech. Report 82-11, University of California.
- Liu P. L.-F., 1983, "Wave-Current Interactions on a Slowly Varying Topography", J. Geophys. Res., 88, pp 4421-4426.
- Liu P. L.-F. & Tsay T.-K., 1984a, "Numerical Prediction of Wave Transformation", J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE.

- Liu P. L.-F. & Tsay T.-K., 1984b, "*Refraction-Diffraction Model for Weakly non-Linear Waves*", J. Fluid Mech., 141, pp 265-274.
- Lozano C. & Liu P. L.-F., 1980, "*Refraction-Diffraction Model for Linear Surface Waves*", J. of Fluid Mech., 101, pp 705-720.
- McCowan J., 1891, "*On the Solitary Wave*", Phil. Magazine, 5<sup>th</sup> Ser., pp 45-48.
- Neves, R.J.J. e Silva, A.J.R., 1991, *An Extension of the Boussinesq Equations to Deep Water - A case Study*, 2nd International Conference on Computer Modelling in Ocean Engineering. Barcelona, Spain.
- Nwogu, O., 1993, *An alternative form of the Boussinesq equations for nearshore wave propagation*, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, 119(6), pp 618-638
- Peregrine D.H., 1967, "*Long Waves on a Beach*", J. of Fluid Mech., Vol. 27, pp 815-827.
- Radder A.C., 1979, "*On the Parabolic Equation Method for Water Waves Propagation*", J. Fluid Mech., Vol 6, pp 255-279.
- Stokes G.G., 1847, "*On the Theory of Oscillatory Waves*", Trans. Camb. Phil. Soc., Vol. 8, pp 183-230.
- Wei, G., Kirby, J.T., Grilli, S.T. e Subramanya, R., 1994, "*A fully Nonlinear Boussinesq Model for Surface Waves. Highly Nonlinear, Unsteady Waves*", University of Delaware, 36 pp.
- Yue D.K. & Mei C.C., 1980, "*Forward Diffraction of Stokes Waves by a Thin Wedge*", J. of Fluid Mech., 99, pp 33-52.