

# ALGUNS ASPECTOS DA UTILIZAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS DE AGITAÇÃO

Pedro Manuel P. Leal Figueira

Director da WW – Consultores de Hidráulica e Obras Marítimas Lda  
Professor Coordenador do Instituto Superior de Engenharia de Lisboa

## Sumário

Pretende-se demonstrar a importância da utilização dos modelos matemáticos como instrumentos fundamentais para o conhecimento do comportamento das características da agitação marítima e para a previsão de alterações desse comportamento em face de modificações das condições naturais ou da realização de intervenções na zona costeira.

Pretende-se ainda demonstrar que, apesar da sua importância, os modelos matemáticos não podem substituir o conhecimento físico resultante do estudo, da observação e da experiência. Esta afirmação levanta o problema da utilização dos modelos numéricos e, a partir daí, o da necessidade de formação adequada dos utilizadores no que respeita, entre outros aspectos, ao da interpretação dos resultados tendo em conta os erros e limitações inerentes aos modelos.

Há, portanto, que investigar os erros que as simplificações e limitações dos modelos matemáticos e métodos numéricos, utilizados para descrever os fenómenos, induzem na simulação do comportamento dos sistemas naturais.

## 1 Modelos matemáticos e modelos numéricos

Numa definição simplista, pode considerar-se que um **modelo matemático** é um sistema de equações diferenciais, e que um **modelo numérico** é um algoritmo que permite obter uma solução aproximada desse sistema de equações diferenciais para determinadas condições iniciais e de fronteira.

É usual denominar por modelo matemático o conjunto das equações diferenciais, do algoritmo para a sua resolução e dos programas de computador utilizados nessa resolução.

A **interpretação física** dos fenómenos naturais dá lugar à construção de equações diferenciais - **modelos matemáticos** - a partir de leis gerais da física (por exemplo, leis de conservação da massa, energia e quantidade de movimento), impondo às equações que traduzem essas leis gerais as restrições adequadas ao fenómeno que se pretende representar.

As equações que descrevem matematicamente a interpretação física dos fenómenos, têm por vezes que sofrer simplificações, de forma a torná-las aplicáveis na prática.

Note-se, desde já, que as equações que são utilizadas, por terem sofrido simplificações, são **modelos aproximados** dos fenómenos que representam.

Nalguns casos é possível obter soluções analíticas para as equações diferenciais obtidas, desde que o domínio de integração tenha uma geometria simples. Tal não acontece para os principais fenómenos da dinâmica costeira onde, quer as equações, quer a geometria dos domínios, são complexas.

A aplicação dos métodos numéricos possibilita a construção de algoritmos para a resolução de sistemas de equações diferenciais em domínios de geometria complexa (fixa ou variável), com condições iniciais e de fronteira definidas pelos utilizadores. As soluções que se obtêm são aproximadas, dependendo o erro cometido de vários factores, como sejam a discretização do domínio espacial e o intervalo de tempo utilizado no caso de fenómenos variáveis.

Note-se que ao erro cometido ao utilizar um **modelo matemático aproximado** do fenómeno, se junta agora o erro correspondente a utilizar um **modelo numérico** com o qual é possível obter uma **solução aproximada** desse modelo matemático.

Os modelos numéricos permitem, portanto, simular, com limitações, a ocorrência de um fenómeno físico num meio complexo.

Um ponto importante é o da avaliação das consequências das simplificações correspondentes aos modelos matemáticos utilizados e dos erros cometidos na resolução dos modelos numéricos correspondentes.

Quanto às simplificações dos modelos matemáticos, elas correspondem a alterações nos fenómenos que se estão a estudar. As consequências têm que ser interpretadas à luz da física desses fenómenos.

## 2 Qualidade dos resultados dos modelos numéricos

### 2.1 Discretização, escala e resolução

Os métodos numéricos de resolução das equações exigem a criação de uma malha de cálculo em cujos nós são definidos valores de determinadas variáveis independentes (cota do fundo, rugosidade, ...), valores esses necessários à execução do cálculo das variáveis dependentes (altura de onda, profundidade, celeridade, ...). De igual modo, ao longo das fronteiras, são impostos valores a algumas variáveis. As dimensões da malha de cálculo devem ser suficientemente pequenas para poder descrever a geometria do domínio e a distribuição das variáveis independentes com um grau de rigor suficiente para introduzir correctamente a sua influência nos fenómenos. Inclui-se o conceito de discretização temporal, isto é, do intervalo de tempo utilizado nos cálculos, o qual deve ser suficientemente pequeno para descrever a variação temporal do fenómeno em todos os pontos do domínio. Por outras palavras, a **discretização** do domínio e das fronteiras deve ser suficientemente fina para **resolver** espacial e temporalmente a geometria do domínio, da fronteira e dos fenómenos, e a variação destes no tempo.

As dimensões da malha de cálculo estão assim relacionadas com as **escalas espacial e temporal** dos fenómenos que se pretendem estudar.

### 2.2 Simulação numérica e sua validade

A prática da utilização de modelos numéricos no estudo de fenómenos no domínio da hidráulica costeira, e em particular nos estudos de propagação da agitação marítima, permite dizer que desde que os algoritmos de cálculo utilizados estejam bem programados, a qualidade dos resultados só depende de:

- uma adequada resolução espacial e temporal do domínio e das condições de fronteira;
- uma atribuição de valores correctos às variáveis independentes.

É importante ter em atenção que os resultados correspondem ao modelo matemático estabelecido para o fenómeno e têm as limitações impostas no desenvolvimento do modelo numérico correspondente:

- integração de variáveis;
- linearização de termos das equações;
- não consideração de termos considerados irrelevantes;
- etc.

Os resultados dos modelos numéricos de propagação da agitação marítima correspondem portanto ao comportamento de um sistema natural simplificado (e não o comportamento do sistema real). Por outras palavras, os modelos numéricos são simuladores limitados do comportamento do sistema real.

### **2.3 Limitações dos modelos numéricos**

Existem vários factores que limitam a capacidade de os modelos numéricos simularem com exactidão o comportamento dos sistemas naturais. Esses factores têm a ver com:

#### **Interpretação física dos fenómenos**

Em muitos casos existe um desconhecimento parcial ou total dos mecanismos de alguns fenómenos intervenientes nos processos costeiros. Esse desconhecimento impede uma formulação matemática completa, havendo que recorrer à introdução de termos empíricos nas equações. É o caso da rebentação, cuja influência na propagação é introduzida nos modelos através de termos empíricos. O mesmo se aplica à influência da reflexão nos limites das bacias portuárias.

#### **Qualidade e quantidade dos dados de campo**

Os dados provenientes da observação (dados de campo) são necessários aos estudos com modelos numéricos, com vista a:

- definir a geometria do domínio e das fronteiras correctamente e com uma resolução aceitável (batimetria, limites do domínio);
- definir correctamente e com uma resolução aceitável as variáveis independentes no domínio (rugosidade, celeridade) ;
- definir as condições de fronteira correctamente e com uma resolução aceitável (alturas de onda incidente, absorção de energia na fronteira) ;

#### **Calibração e verificação**

Por outro lado, na formulação dos modelos numéricos, existem, em geral, termos a que estão associadas constantes cujo valor é estabelecido empiricamente. Essas variáveis cujo valor rigoroso é, à partida, desconhecido, são utilizadas para calibração do modelo, isto é, para em condições de funcionamento conhecidas do sistema, compatibilizar as condições existentes na fronteira com os valores das variáveis dependentes no interior do domínio. Para esse efeito é possível alterar os valores que inicialmente lhes são atribuídos, dentro de uma gama aceitável do ponto de vista físico. No caso da agitação marítima é em geral difícil ou mesmo impossível proceder à calibração/verificação dos modelos, pois raramente existem medições que permitam relacionar as condições na fronteira com valores no interior do domínio.

#### **Simplificações feitas no modelo**

Em pontos anteriores já se abordou o problema das simplificações feitas aos modelos, as quais necessariamente limitam a qualidade dos resultados.

## **3 As funções dos modelos**

Os modelos numéricos de agitação são utilizados para diversos fins, como sejam a avaliação de alternativas de solução para a realização de intervenções na zona costeiras e no interior de bacias portuárias, ou a definição da hidrodinâmica junto à costa como base para estudos de dinâmica sedimentar.

Durante a elaboração de projectos os modelos matemáticos de propagação da agitação permitem:

- Verificar se determinados objectivos a atingir com o projecto são cumpridos;
- Apoiar a optimização de soluções;
- Fornecer elementos para avaliação de impactes ambientais.

O software de visualização de resultados normalmente associado aos modelos numéricos de agitação permite a visão sugestiva de resultados, inclusive sob a forma de animações. Esta forma de mostrar os resultados é de grande importância tanto para os técnicos como para as pessoas ou entidades exteriores a esse sistema, que podem ter uma formação muito diferente. Uma boa utilização dos processos de mostrar os resultados dos modelos, contribui para uma boa aceitação das decisões que são tomadas relativamente a intervenções na zona costeira.

#### **4 A indispensabilidade dos modelos numéricos**

As considerações feitas anteriormente sobre modelos numéricos de agitação marítima, indicam de forma clara alguns aspectos da sua utilização que os tornam indispensáveis como ferramenta de projecto.

- Uma correcta utilização dos modelos permite conhecer com elevado grau de fiabilidade o comportamento da agitação num troço de costa ou no interior de um porto, bem como prever as alterações causadas por intervenções sobre o mesmo.
- Os modelos são indispensáveis na avaliação de alternativas de solução.
- Os modelos são um instrumento insubstituível de optimização das soluções na fase de projecto.

#### **5 Problemas da utilização de modelos**

##### **5.1 Introdução**

Não é actualmente admissível que se prescindia da utilização de uma ferramenta com as potencialidades dos modelos numéricos nos estudos em que o comportamento da agitação marítima é um factor importante no diagnóstico de situações ou na escolha de soluções de intervenção. É, por isso, importante a constatação de que têm que existir técnicos com a formação adequada para desenvolver, operar e utilizar os modelos de forma correcta e útil.

Dos problemas relacionados com a modelação numérica, este é o mais importante e pode impedir a utilização eficaz da modelação. Daqui surgem as seguintes questões:

- Que tipo de formação devem ter os utilizadores dos modelos ?
- Quais são as consequências possíveis de se utilizarem modelos por pessoas sem formação adequada?
- Qual o grau de complementaridade que deve existir entre o conhecimento tradicional da hidráulica (física) e a hidroinformática ?

##### **5.2 Formação dos utilizadores**

Em relação às duas primeiras questões postas no ponto anterior, as respostas não são difíceis. Considerando que os modelos que vão ser utilizados foram desenvolvidos criteriosamente e foram testados com sucesso em situações reais anteriores, pede-se ao responsável pela utilização desses modelos que:

- Tenha conhecimento científico suficientemente profundo dos fenómenos da propagação da agitação marítima;
- Conheça as limitações e condicionamentos que foram integrados no estabelecimento do modelo numérico utilizado;
- Conheça o funcionamento do modelo numérico;
- Saiba analisar os resultados de forma crítica, detectando anomalias grosseiras que podem ser devidas a má "montagem" do modelo, a erros nas condições de fronteira, etc.

A principal consequência possível de o responsável pela utilização dos modelos não ter a formação adequada é a de vir a utilizar resultados errados sem ter a consciência desse facto. Muitas vezes esses erros não são evidentes, e para serem detectados é necessário a análise crítica dos resultados por técnicos com experiência de observação e conhecimento físico do fenómeno simulado.

### 5.3 Hidráulica e hidroinformática

Actualmente, muitas pessoas tomam conhecimento dos fenómenos da física através das simulações realizadas com os modelos numéricos. Com o desenvolvimento de software de visualização de grande qualidade, esta tendência intensificar-se-á.

Põe-se a seguinte questão: Podem as simulações com modelos numéricos substituir a observação e o conhecimento da física dos fenómenos simulados na natureza?

A resposta não é simples. Os modelos numéricos simulam de forma limitada de fenómenos naturais. Pode argumentar-se que as metodologias de observação da natureza também são limitadas e podem induzir erros nos observadores. Pode ainda argumentar-se que há fenómenos naturais de difícil ou quase impossível observação na natureza, ou até mesmo em laboratório.

De qualquer forma, quem não conheça os fenómenos naturais e não os saiba interpretar fisicamente, mesmo com limitações, não pode criticar racionalmente, nem mesmo intuitivamente, as simulações com modelos numéricos.

A **hidroinformática** é uma disciplina criada há poucos anos que tem como objectivos: a criação de modelos numéricos dos fenómenos da hidráulica (em sentido lato) e a aplicação desses modelos numéricos à resolução dos problemas reais. A formação em hidroinformática, quer da parte dos criadores de modelos numéricos, quer da parte dos utilizadores, deve sempre ser complementar da formação em hidráulica baseada na física.

## 6 Conclusões

Do conteúdo desta dissertação podem extrair-se a seguintes conclusões:

1. A modelação numérica é um instrumento fundamental para os estudos do comportamento da agitação marítima.
2. A utilização dos modelos numéricos deve ser feita de forma cuidada, pois pode dar origem a erros não detectáveis por técnicos que não tenham formação adequada.
3. Os técnicos responsáveis pela utilização dos modelos numéricos devem ter uma formação baseada no conhecimento físico dos fenómenos, de forma a poderem ser racionalmente críticos em relação aos resultados desses modelos.
4. Deve-se aprofundar a investigação relativa aos erros inerentes aos modelos numéricos, devidos quer à sua construção, quer à sua utilização, no sentido de estabelecer metodologias de utilização que permitam minimizar o risco de se cometerem erros que não sejam inerentes a esses modelos.