



4^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária
Angra do Heroísmo, 20 e 21 de Outubro de 2005

ESTIMAÇÃO DE ESPECTROS DE AGITAÇÃO MARÍTIMA AO LARGO POR METODOLOGIA INVERSA

Alexandre Braga Coli¹, João Alfredo Santos¹, António A. Pires-Silva²

¹Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Departamento de Hidráulica e Ambiente
Av. do Brasil, 101, 1700-066 Lisboa
abcoli@Inec.pt, jasantos@Inec.pt.

²Departamento de Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, UTL
Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa
aps@civil.ist.utl.pt.

RESUMO

A estimação do espectro da agitação marítima ao largo, partindo de observações colectadas próximo da costa, possui grande interesse dada a utilização deste espectro como condição inicial de modelos de propagação da agitação à escala regional e, também, sua utilização na assimilação de dados por modelos globais de previsão. Dentre as técnicas utilizadas para a estimação de espectros ao largo, a metodologia inversa destaca-se por não impor o conhecimento prévio da forma do espectro nem dos seus valores máximos ou integrais.

Nesta comunicação, apresenta-se a validação de uma metodologia inversa e sua aplicação a três casos de teste com configurações de fundo ideais – um plano inclinado, um cabo e uma baía - e um espectro dominado por ondulação. Para simular os dados obtidos nos pontos de medição, utilizou-se o modelo numérico de propagação espectral SWAN enquanto a matriz que estabelece a relação entre as ordenadas do espectro ao largo e os momentos do espectro direccional nos pontos de medição foi determinada com o modelo numérico de leques de refração inversos BACKTRACK.

A boa concordância, em todos os casos, entre as curvas com o espectro ao largo para uma dada frequência, do valor das ordenadas máximas dessa curvas e das áreas sob as mesmas curvas, demonstrou as potencialidades da metodologia inversa em estudos de agitação marítima. Além disso, a aplicação desta técnica aos casos ideais referidos mostrou a influência da configuração do fundo na qualidade da solução.

1. INTRODUÇÃO

A crescente ocupação humana da faixa litoral tem conduzido a uma considerável pressão ambiental, tanto pelos usos e actividades associadas a esta realidade como pelo seu valor económico estratégico. Este enquadramento desencadeou e sustenta um interesse continuado no conhecimento dos fenómenos e processos que se desenrolam na interacção do mar com a costa, em particular na caracterização dos estados de agitação marítima. Esta caracterização é muitas vezes limitada pela ausência de observações recolhidas em águas pouco profundas.

O recurso à modelação numérica permite ultrapassar esta circunstância, especialmente através da aplicação de modelos de diferentes resoluções e domínios numa estratégia de simulações encaixadas. A actual disponibilidade e a ampla cobertura dos modelos globais de previsão de ondas reforçam esta tendência. A referida estratégia significa que os modelos regionais, à escala da plataforma continental, utilizam como condições de fronteira os resultados das simulações globais ao largo. A precisão e fiabilidade destes resultados têm assim um papel decisivo na caracterização do estado de mar na zona costeira. Swail *et al.* (1998) apresentaram um estudo de reanálise de 30 anos de dados de agitação marítima com dados de Altura Significativa de mais de



4^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária Angra do Heroísmo, 20 e 21 de Outubro de 2005

40 bóias ondógrafos, para o Nordeste Atlântico (que inclui Portugal), que evidenciou um desvio médio quadrático de 1.29m e um coeficiente de correlação de 0.76. Este desvio pode ser considerado demasiado alto em estudos de engenharia tendo em atenção a média de 2.58 m extraída destes cálculos.

O'Reilly e Guza (1998) propuseram uma metodologia para melhorar a qualidade das previsões dos modelos de escala global na fronteira externa da plataforma continental, antes dos resultados daquelas simulações serem utilizados como valores iniciais para os modelos de menor escala. Esta técnica consiste, basicamente, em adaptar os métodos inversos, que têm sido proveitosos tanto no campo da geofísica terrestre (Menke, 1984) como também da oceanografia (Bennett, 1992), para assimilar as observações de agitação marítima obtidas junto à costa. Nesta aproximação, assim como em vários problemas inversos, uma substancial subdeterminação ocorre. Para levantar esta subdeterminação, impõem-se frequentemente condições adicionais de regularidade e suavização, que conduzem a sua solução a um problema de optimização de valores.

A metodologia inversa aplicada à agitação marítima permite obter os parâmetros da agitação marítima ao largo necessários para a execução de modelos de propagação e, também, pode ser estendida para o projecto e planeamento de uma rede de medições visando a monitorização do estado de mar.

Pretende-se com este trabalho realizar uma análise da metodologia inversa em situações ideais e controladas, ressaltando as vantagens e desvantagens desta técnica na estimativa do espectro direccional ao largo.

Nesta comunicação, após a introdução, segue-se a Secção 2 com um resumo da metodologia inversa aplicada à estimação de espectros ao largo. Na Secção 3, descreve-se a validação da metodologia num plano inclinado com a solução de Snell. A secção 4 inclui um conjunto de testes com geometrias idealizadas e condições fronteira controladas e a respectiva discussão dos resultados. As conclusões do estudo são apresentadas na Secção 5.

2. O MÉTODO INVERSO

De um modo geral, o objectivo de um estudo científico centra-se num fenómeno físico que, ao passar por determinadas transformações, dá origem a um conjunto de resultados mensuráveis. Na teoria directa, estas transformações podem ser modeladas por forma que os resultados possam ser obtidos pela aplicação de um princípio geral, ou modelo, sob determinadas condições específicas, i.e., os parâmetros relevantes do problema em análise. Na teoria inversa, a ordem do problema é outra: parte-se dos dados (os "resultados" da teoria directa) e, utiliza-se um princípio geral ou modelo para estimar os valores dos parâmetros (condições) relevantes deste modelo.

No caso em apreço, com a teoria directa, ter-se-ia um espectro que caracteriza a agitação marítima ao largo e que sofre transformações durante a sua propagação sobre a plataforma continental, dando origem a observações da agitação marítima em diversos pontos na zona costeira e que poderiam consistir em medições realizadas com bóias-ondógrafo colocadas nos mesmos pontos. Normalmente, o que se tem são os dados próximos da costa pretendendo-se conhecer o espectro ao largo, para, por exemplo, estimar as características da agitação marítima em locais próximos dos primeiros mas onde não existam dados. Com a teoria inversa é possível determinar as ordenadas do espectro direccional ao largo, para uma dada frequência, partindo dos valores dos momentos direccionais do espectro da agitação marítima medidos em locais próximos da costa e de um modelo para a transformação do espectro ao largo naqueles momentos direccionais.

Se for utilizada uma bóia-ondógrafo direccional, podem ser calculados os seguintes momentos direccionais do espectro de agitação no ponto de medição, $S(f, \theta)$:

$$b_i = \int_0^{2\pi} S(f, \theta) m_i(\theta) d\theta \quad (2.1)$$

onde $m_0(\theta) = 1$, $m_1(\theta) = \cos \theta$, $m_2(\theta) = \cos 2\theta$, $m_3(\theta) = \cos 2\theta$ e $m_4(\theta) = \sin 2\theta$. Importa referir que os momentos b_i variam com a frequência f para a qual são calculados.



4^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária Angra do Heroísmo, 20 e 21 de Outubro de 2005

Conhecida a relação entre o espectro costeiro e o espectro ao largo, para uma dada frequência, é possível definir um modelo para a previsão dos resultados (os momentos direccionais) a partir dos parâmetros do modelo (ordenadas do espectro direccional). Aquela relação pode estabelecer-se utilizando uma teoria directa, neste caso a teoria da refacção linear espectral (Longuet-Higgins, 1957), a qual impõe que $C_g S(f, \theta) / k$ não varie ao longo de um raio de onda, i.e.:

$$S(f, \theta) = \frac{k}{k_o} \frac{C_{go}}{C_g} S_o[f, \Gamma(f, \theta)] \quad (2.2)$$

onde $S_o(f, \theta_o)$ é o espectro contínuo direccional ao largo, $S(f, \theta)$ é o espectro costeiro, k é a magnitude do número de onda (dependente da frequência f e da profundidade da água através da relação de dispersão linear), C_g é a velocidade de grupo, o índice o denota as variáveis ao largo e, a ausência deste, as variáveis costeiras. A relação $\Gamma(f, \theta)$ entre os ângulos ao largo θ_o e os ângulos costeiros θ , dependente da frequência, é obtida pelo traçado dos leques de raios de onda. Os raios partem do ponto onde se pretende conhecer os momentos espectrais direccionais e avançam para o largo, o que implica a homogeneidade espacial de S_o , uma imposição que restringe a utilização deste modelo a estados de agitação com ondulação (*swell*) apenas.

Uma vez que, a partir das medições da bóia, se podem estimar os momentos direccionais, a equação (2.2) é combinada com a equação (2.1), fornecendo:

$$\int_0^{2\pi} S(f, \theta) m_p(\theta) d\theta = \frac{k}{k_o} \frac{C_{go}}{C_g} \int_0^{2\pi} S_o[f, \Gamma(f, \theta)] m_p(\theta) d\theta \quad (2.3)$$

$$p = 1, 2, 3, 4, 5$$

Ao invés de resolver uma equação integral, faz-se uma discretização do problema e os integrais são substituídos por somatórios. Isto significa, também, que há uma discretização do espectro ao largo nas componentes direccionais e de frequência e o valor do espectro direccional em cada uma destas componentes é considerado constante. Seja

$$S_o = [S_{o1}, S_{o2}, S_{o3}, \dots, S_{oN}]^T \quad (2.4)$$

o espectro direccional discretizado ao largo, designado como um vector transposto que contém a densidade de energia ao largo em cada um dos N intervalos direccionais contíguos para uma dada frequência.

O primeiro passo antes da formulação do problema inverso é a solução de um problema directo: atribui-se o valor unitário à densidade de energia de todas as componentes da distribuição direccional ao largo e utiliza-se a forma discretizada da equação 2.3 para obter os coeficientes lineares de transferência entre o espectro discreto ao largo e as observações costeiras. Tal consiste simplesmente em adicionar os pesos $m_p(\theta)$ dos vários raios que caem em cada um dos intervalos direccionais estabelecidos ao largo. Importa referir que o peso $m_p(\theta)$ depende não só do momento p que se pretende determinar, mas também do rumo θ com que cada raio partiu do ponto de origem do leque. A relação teórica entre o espectro direccional ao largo e as medições costeiras é aproximada a um conjunto de equações lineares (na forma matricial):

$$\mathbf{b} = \mathbf{A} \mathbf{S}_o \quad (2.5)$$

onde \mathbf{b} é o vector das medições costeiras, cujo número de componentes, M , depende do número de pontos de medição costeiros e do próprio tipo de medição nestes locais (logo do número de momentos obtido em cada ponto). A matriz \mathbf{A} é a chamada matriz do núcleo de dados ($M \times N$), onde cada elemento A_{ij} representa a contribuição da $j^{\text{ésima}}$ componente direccional ao largo na $i^{\text{ésima}}$ observação costeira.



4^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária Angra do Heroísmo, 20 e 21 de Outubro de 2005

O problema inverso consiste então na determinação do vector S_o , com as ordenadas da distribuição direccional de energia para uma dada gama de frequências, conhecidos os momentos direccionais do espectro de agitação num conjunto de pontos na costa, \mathbf{b} , e a relação entre estes momentos e cada uma das componentes direccionais ao largo, dada pela matriz \mathbf{A} . Como o número de incógnitas do problema, as N componentes do vector S_o , ultrapassam largamente o número de M equações, o problema é subdeterminado. Para se ter um problema sobredeterminado, uma condição de suavização é incluída na formulação do problema.

Uma condição simples de suavização é a imposição de que as diferenças entre intervalos vizinhos de direcção sejam pequenas. As condições de suavização são implementadas como linhas adicionais em \mathbf{A} , com a forma geral:

$$\begin{bmatrix} w_d & -w_d & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & w_d & -w_d & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & w_d & -w_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{o1} \\ S_{o2} \\ \vdots \\ S_{oN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

onde w_d é o factor peso de suavização direccional. Os valores correspondentes no vector coluna \mathbf{b} assumem valor zero. Com N intervalos direccionais existem $N-1$ equações adicionais na matriz \mathbf{A} .

A matriz \mathbf{A} e o vector \mathbf{b} assim obtidos tornam o problema sobredeterminado e, como tal, pode ser resolvido pela técnica dos Mínimos Quadrados Não-Negativos (NNLS - Lawson e Hansen, 1974). Esta técnica fornece soluções não negativas para o espectro discreto ao largo, numa dada banda de frequência, que sejam mais consistentes com \mathbf{b} num sentido de mínimos quadrados (norma 2):

$$\min_{S_o > 0} \|\mathbf{A}S_o - \mathbf{b}\|_2 \quad (2.7)$$

3. VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA

A validação da metodologia requer uma experiência que ponha em evidência apenas os méritos e deméritos da aproximação proposta. Assim, é necessário reunir um conjunto de circunstâncias e condições que permitam controlar outros factores e influências correlacionados.

A situação escolhida correspondeu à propagação de ondas regulares sobre um fundo plano inclinado. Considerando apenas a refacção e desprezando as perdas por atrito, a matriz \mathbf{A} só depende da profundidade dos pontos iniciais e finais. No âmbito da teoria linear das ondas de gravidade de superfície, é possível obter solução analítica para o cálculo acima referido.

Por outro lado, e uma vez especificado um espectro S_o em grandes profundidades, o vector \mathbf{b} deve ser calculado pelo produto material directo $\mathbf{A}S_o$, sem qualquer recurso adicional para simular a obtenção de medições em águas pouco profundas.

A matriz do núcleo de dados \mathbf{A} foi então criada a partir da transformação das componentes direccionais do espectro ao largo, numa dada frequência, nas componentes do espectro costeiro tendo em consideração somente a refacção linear sobre um plano inclinado. Escolheu-se o período de 12.5 segundos (0.08 Hz), uma localização ao largo com profundidade dada pela relação de dispersão e dois pontos situados a 10m e 20m, onde o espectro "costeiro" foi calculado. Para a frequência 0.08 Hz e para cada intervalo de direcção de 0.1° , entre 90° e 270° , obteve-se a relação das transformações direccionais dependentes da frequência $\Gamma(f, \theta)$ aplicando-se a lei de Snell (refacção simples). A partir dos resultados da transformação direccional, os intervalos 0.1° foram agrupados em intervalos de 5° e a matriz \mathbf{A} pôde ser calculada como descrito na Secção 2.

Para representar a distribuição direccional ao largo (S_o), na frequência 0.08 Hz, adoptou-se uma função tipo co-seno elevada à potência 20 aplicada sobre o intervalo de 90° a 270° , com

ordenada máxima igual a 0.3. Esta operação foi efectuada para três “tipos” de espectros ao largo diferentes. O primeiro teve sua ordenada máxima centrada em 180° , justamente posicionado no centro do intervalo considerado. O segundo teve seu máximo centrado em 135° , para que a distribuição co-seno adoptada tivesse o seu mínimo em 90° , no limite direccional considerado. O terceiro tipo de espectro, já que os dois primeiros são unimodais, foi a soma dos espectros definidos com máximos centrados em 135° e 225° , gerando, portanto, uma distribuição direccional bimodal.

Os vectores \mathbf{b} , para cada tipo de espectro ao largo, finalmente, puderam ser calculados directamente pela expressão \mathbf{AS}_o .

A Figura 1 apresenta a comparação entre o espectro definido ao largo (S_o) e os espectros estimados pela metodologia proposta, para os tipos de espectros referidos e para diferentes valores de w_d .

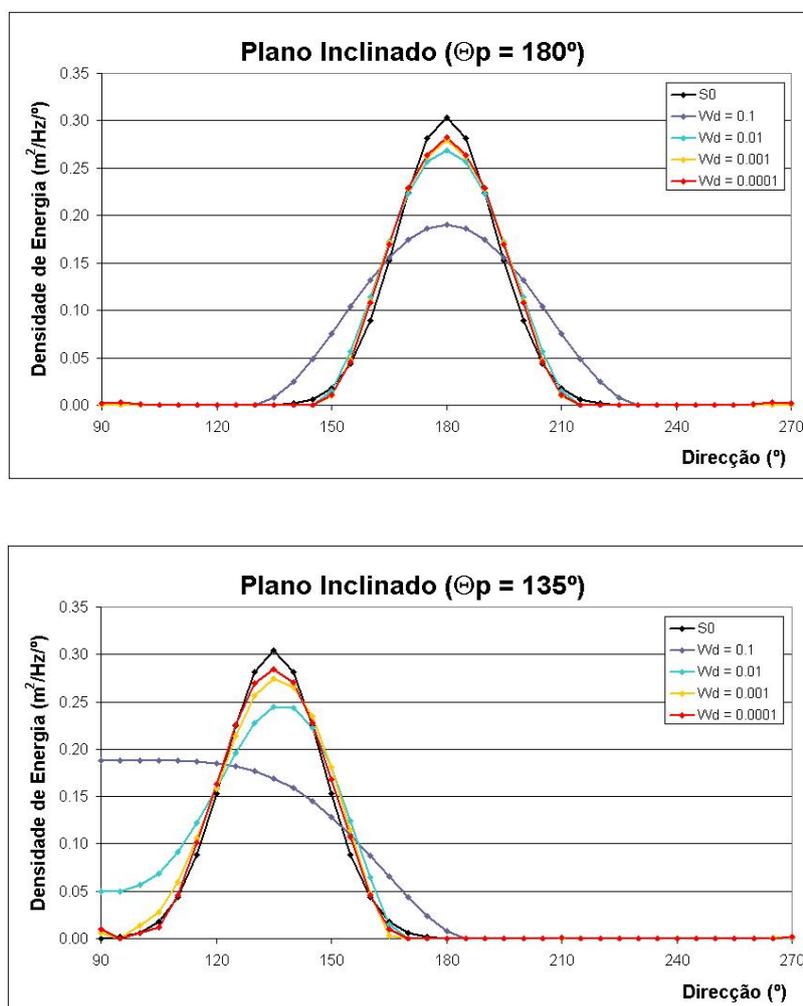


Figura 1. Distribuições direccionais, para a frequência 0.08 Hz, do espectro de referência (S_o) e estimadas com diferentes valores de w_d . Note o óptimo ajuste das estimativas para os casos com $w_d = 0.0001$ (linha a vermelho).

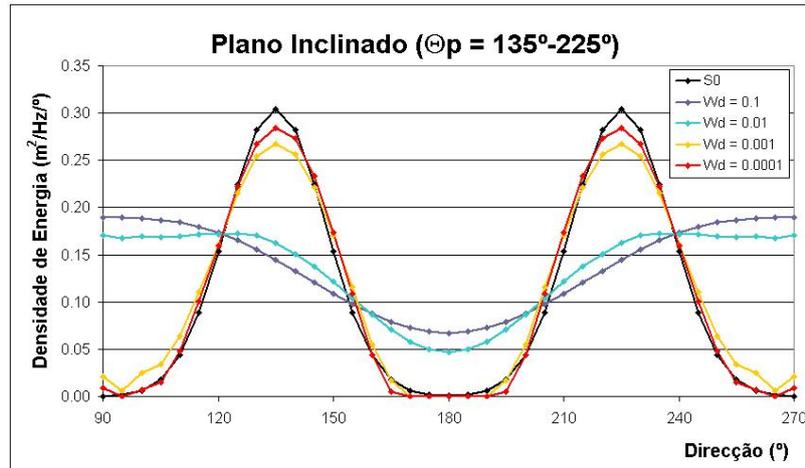


Figura 1. (continuação)

Nos três painéis é visível a influência dos factores de constrangimento w_d na formulação da solução inversa. Todavia, é possível encontrar um valor para o qual a referida solução exhibe uma concordância muito boa com a função inicial S_o .

Naturalmente, também o momento de ordem zero desta distribuição direccional é bem estimado pela metodologia inversa proposta (Quadro 1).

Validação	Área sob a curva (m ²)	
	S_o (Referência)	S_o - MI
Caso 180°	9.695	9.700
Caso 135°	9.695	9.747
Caso Bimodal	19.390	19.478

Quadro 1. Valores das áreas sob as curvas das distribuições direccionais do espectros de referência (S_o) e estimadas pela metodologia inversa proposta (S_o - MI).

4. CASOS DE TESTE COM GEOMETRIAS IDEALIZADAS

O estudo dos casos sintéticos visou esclarecer as capacidades da metodologia inversa, envolvendo três configurações de fundo diferentes: Plano Inclinado, Baía e Cabo. O Plano Inclinado implica um caso de refacção simples, enquanto a Baía está próxima de uma configuração mais típica de praias e enseadas protegidas. O terceiro exemplo ilustra a importância da protecção da agitação por um obstáculo.

Qualquer que seja a configuração do fundo, a zona em estudo tem forma rectangular com um comprimento de 15 km, segundo x , e uma e uma largura de 10 km, segundo y , Figura 2. O fundo, que decresce sempre com o declive de 1: 34,615 desde a profundidade 0 até à profundidade 130 m, tem as cotas definidas numa grelha, também rectangular, com 150 m de lado segundo x e 100 m segundo y . Quer a Baía, quer o Cabo, têm forma cónica com altura de 130 m e raio máximo de 4500 m, sendo a concordância da extremidade do cabo e do interior da baía com o plano inclinado realizada com cones das mesmas dimensões.

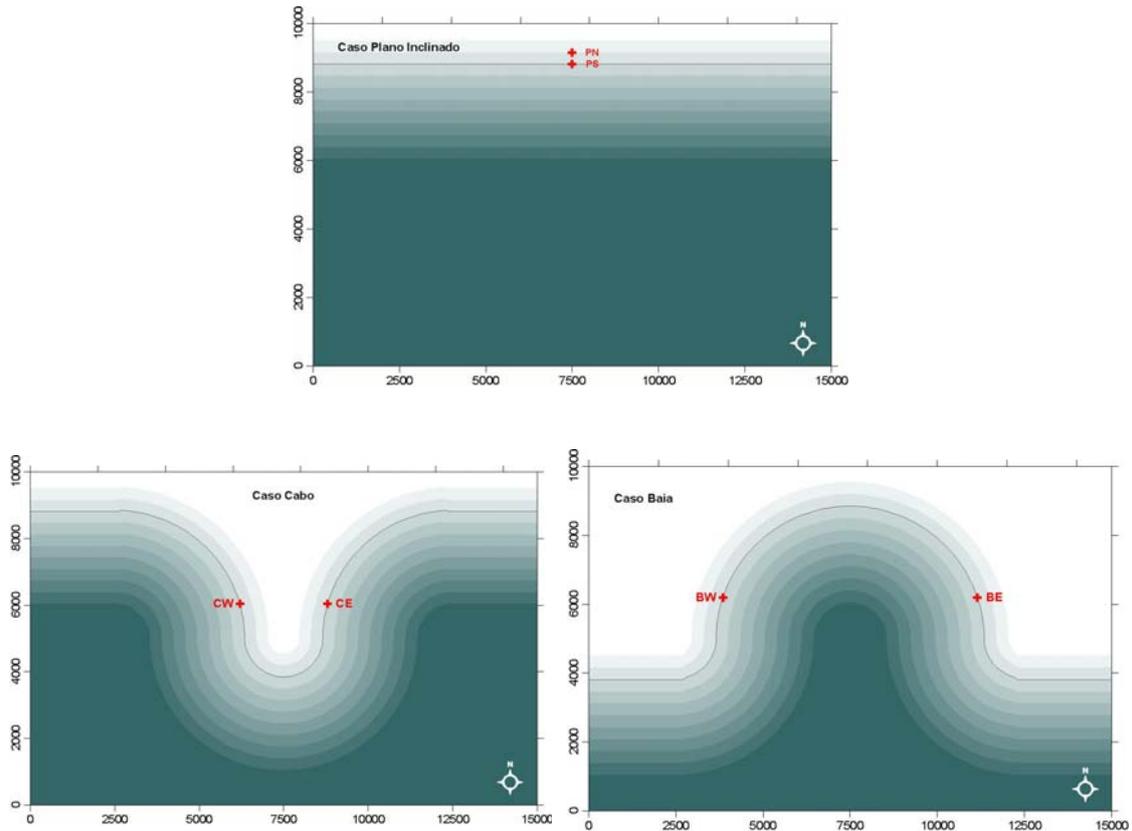


Figura 2. Configuração de fundo dos casos sintéticos com a posição dos pontos seleccionados para serem as “bóias-ondógrafo” e a representação do contorno dos 20 m de profundidade.

Em todos os casos estudados existem dois pontos de medição da agitação marítima. No Plano Inclinado estes pontos estão sobre as profundidades de 10 m e 20 m, sobre a recta de maior declive do plano que passa pelo meio do domínio. Na Baía, estão localizados sobre a profundidade de 20 m em cada lado da entrada da baía e no Cabo estão sobre a mesma profundidade (20 m) de cada lado do cabo.

Para simular os dados de agitação marítima em cada ponto de cada caso utilizou-se o modelo numérico SWAN (Booij *et al.*, 1999). Este é um modelo de propagação da agitação marítima de média em fase, apto a caracterizar a agitação em áreas costeiras até a zona de rebentação.

Conceptualmente, o SWAN é considerado um modelo de terceira geração, baseado na equação da conservação da acção de onda:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(c_x N) + \frac{\partial}{\partial y}(c_y N) + \frac{\partial}{\partial \sigma}(c_\sigma N) + \frac{\partial}{\partial \theta}(c_\theta N) = \frac{S}{\sigma} \quad (4.1)$$

na qual $N(\sigma, \theta, x, y, t)$ é a acção de onda (o quociente do espectro direccionado pela sua frequência intrínseca, σ), x e y são as coordenadas horizontais, θ é a direcção média por frequência, e $c_x, c_y, c_\sigma, c_\theta$ são as velocidades de propagação nos espaços correspondentes. O termo $S = S(\sigma, \theta)$, no lado direito da equação de balanço da acção de onda é o termo de fonte / sumidouro e representa os efeitos da geração e dissipação das ondas e, também, as interacções não lineares onda-onda.

As simulações do SWAN partiram de parametrizações de um espectro direccionado definido na fronteira ao largo, baseadas em dois estados de mar para cada caso. Estes estados de mar diferem

apenas na direcção média de pico, $\theta_p = 180^\circ$ (incidência frontal) e $\theta_p = 135^\circ$ (incidência do lado Sudeste do domínio), o que implica em alguma protecção dos pontos BE e CW relativamente à incidência da agitação marítima nos casos da Baía e Cabo. A altura significativa de onda e o período de pico, em ambos os estados de mar foram, respectivamente, $H_s = 2m$ e $T_p = 12.5s$.

Para cada conjunto destes parâmetros, um espectro direccional inicial foi definido como o produto de um espectro JONSWAP, com o factor de aguçamento de pico de 3.3, por uma função de distribuição direccional do tipo co-seno elevada à potência de 20. A discretização em frequência foi de 22 frequências entre 0.0507 e 0.25 Hz, com uma distribuição logarítmica. A discretização em direcção cobriu os 360° com 0.5° de resolução.

Os mapas dos vectores, com o produto dos versores do número de onda associado à direcção média de pico pela altura significativa do estado de agitação em cada nó da malha, correspondente aos casos com $\theta_p = 135^\circ$, são apresentados na Figura 3. Estes vectores estão sobre os contornos batimétricos de cada caso.

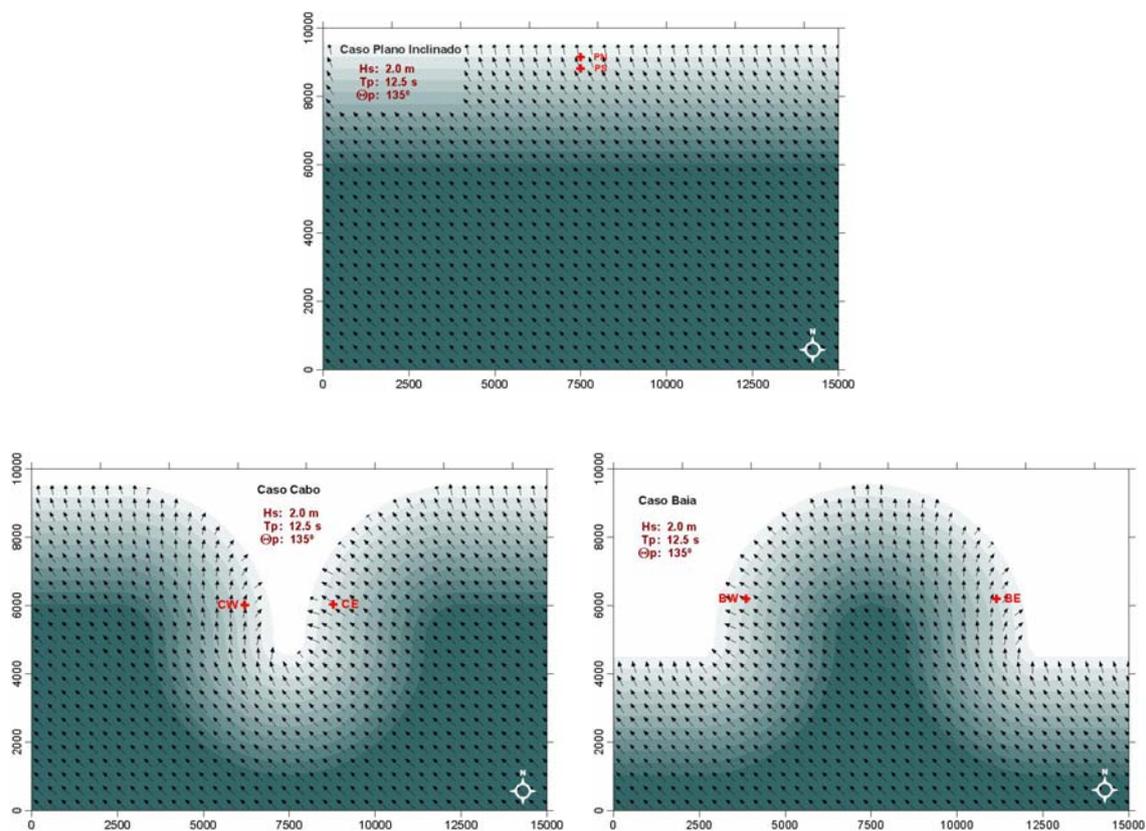


Figura 3. Propagação da agitação marítima sobre o domínio computacional dos três casos de teste, com o espectro direccional inicial definido por $H_s = 2m$, $T_p = 12.5s$ e $\theta_p = 135^\circ$. Os vectores são o produto da altura significativa de onda pela direcção de pico.

Todos os cálculos, com o SWAN versão 40.41, foram realizados em modo estacionário, sem a presença de correntes ou ventos. Na operação do modelo SWAN os seguintes fenómenos foram incluídos: refacção, difracção, empolamento e dissipação por fricção de fundo e rebentação induzida pelo fundo. Cada execução do SWAN resultou em valores integrais da agitação marítima em todos os nós do domínio computacional (H_s, T_p, θ_p) e espectros direccionais nos dois pontos seleccionados em cada configuração dos casos de teste. Com este procedimento, os “dados de agitação marítima” necessários ao teste da metodologia inversa estão prontos.

A frequência 0.08 Hz foi escolhida para testar a metodologia inversa e os resultados do SWAN foram combinados para formar o vector \mathbf{b} de cada caso:

$$\mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3, \dots, b_M]^T \quad (4.2)$$

com cada componente representando a medição da energia de um dos cinco momentos direccionais (eq. 2.1). Nestes casos de teste, $M = 10$, porque existem dois pontos com “medições” direccionais.

Por outro lado, para gerar a matriz do núcleo de dados \mathbf{A} , utilizou-se um modelo de retropropagação dos raios de onda. O modelo de agitação marítima BACKTRACK faz parte da metodologia TRANSFER (Coli *et al.*, 2002) e calcula as trajectórias dos raios de onda dada uma configuração de fundo e uma frequência de onda baseado na refacção espectral linear (Pierson *et al.* 1953; Longuet-Higgins, 1957), que transforma o espectro direccional ao largo $S(f, \theta_o)$ no espectro sobre o ponto de interesse $S(f, \theta)$.

Com o modelo BACKTRACK pode-se retirar a relação dependente da frequência $\theta_o = \Gamma(f, \theta)$ (eq. 2.2) entre os ângulos ao largo θ_o e os ângulos no ponto de interesse θ . A Figura 4 apresenta um exemplo dos leques dos raios de onda para as três configurações de fundo.

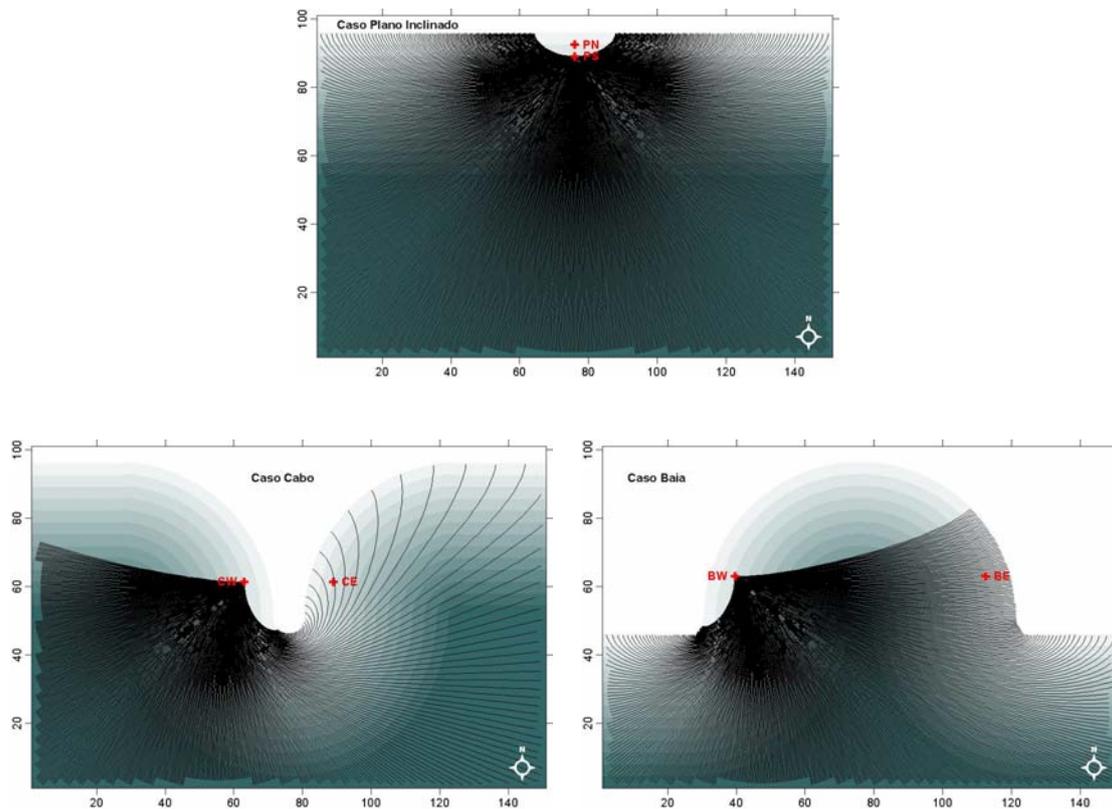


Figura 4. Leques de raios de onda resultantes do modelo BACKTRACK para os três casos de teste, para $T_p = 12.5s$ e as direcções entre 90° e 270° a partir do ponto.

O modelo BACKTRACK foi executado para a frequência 0.08 Hz para cada um dos dois pontos de medição de cada caso. Estes raios cobriram 180° (90° a 270°), com uma discretização de 0.1° , embora somente os raios que atingiram o largo é que efectivamente foram utilizados. Ao final dos cálculos do modelo, as direcções foram reduzidas a intervalos de 5° para criar a matriz \mathbf{A} do problema inverso.

Uma vez obtidas as variáveis **A** e **b**, para a solução do problema inverso pelo método dos Mínimos Quadrados Não-Negativos, aplicou-se a condição de continuidade com $w_d = 1.0$ (Secção 2, eq. 2.6).

4.1. Resultados para o caso do Plano Inclinado

As estimativas das ordenadas do espectro ao largo ($S_o - \text{MI}$) para a frequência de 0.08 Hz, obtidas da solução do problema inverso, são apresentadas na Figura 5. Na mesma figura, representa-se o espectro imposto na fronteira ao largo do SWAN (S_o). Na construção do problema inverso dos casos de teste utilizaram-se os modelos numéricos BACKTRACK, para a matriz **A**, e SWAN, para o vector **b**.

Para o caso com a direcção de pico de 180° do espectro imposto na fronteira, obteve-se uma estimativa do espectro direccional ao largo de boa qualidade, como pode verificar-se pela forma da curva e pela definição do mesmo pico espectral em direcção (180°), Figura 5 a). O Quadro 2, que contém os valores integrais para a frequência 0.08 Hz, reforça a boa concordância das curvas, pois a diferença em área não ultrapassa os 3%. Já para o caso 135° , o ajuste das curvas foi apenas razoável, Figura 5 b). O pico espectral ao largo situa-se em 135° , enquanto o pico do espectro estimado ficou em 140° e as áreas sob os espectros diferiram em 23%.

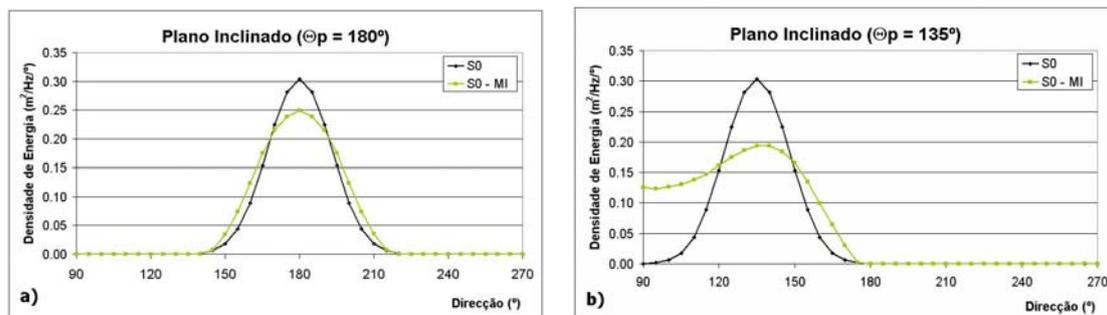


Figura 5. Distribuições direccionais do espectro de referência (S_o) e estimadas ($S_o - \text{MI}$), para a frequência 0.08 Hz, do caso do Plano Inclinado. a) Caso com direcção de pico ao largo de 180° ; b) Caso com direcção de pico ao largo de 135° .

Plano Inclinado	Área sob a curva (m^2)	
	S_o (Referência)	$S_o - \text{MI}$
Caso 180°	9.695	9.928
Caso 135°	9.695	11.914

Quadro 2. Valores das áreas sob as curvas das distribuições direccionais do espectros de referência (S_o) e estimadas pela metodologia inversa ($S_o - \text{MI}$) para o caso do Plano Inclinado.

Comparando o resultado acima com o da validação da metodologia pode inferir-se que a inclusão de valores resultantes de uma modelação mais realista da propagação dos estados de agitação (que doravante se designam por “dados reais” para simplificação de escrita) ou a utilização do modelo BACKTRACK para o estabelecimento da matriz do núcleo de dados poderão ser os responsáveis pela má qualidade de concordância entre a estimativa e o valor do espectro ao largo com ordenada máxima em 135° .

Os gráficos da Figura 6 mostram que a inclusão de “dados reais” pode ser a causa daquela concordância menos boa. Com efeito, utilizando valores de **b** resultantes de uma refração linear

do espectro desde o largo até aos pontos de medição e a mesma matriz do núcleo de dados (resultante do BACKTRACK), as estimativas das ordenadas do espectro direccional ao largo para a frequência 0.08 Hz são tão boas quanto as produzidas quando se utiliza aquele **b** e a matriz **A** resultante da aplicação da lei de Snell, isto é, da fase de validação, Figura 6 a). Esta ideia é confirmada na Figura 6 b), onde as estimativas das ordenadas do espectro direccional obtidas com a mesma matriz **A** (da lei de Snell) e o vector **b** obtido da propagação do estado de agitação com o modelo SWAN são tão más como as estimativas obtidas com a matriz **A** do BACKTRACK e o mesmo vector **b**.

Importa esclarecer que não são os “dados reais” que são maus, mas sim que a assunção da linearidade na relação entre as ordenadas do espectro ao largo, para uma dada frequência e os valores dos momentos direccionais do espectro, na mesma frequência, medidos num ponto junto à costa, não será a mais adequada. O que a Figura 6 a) mostra é que se as medições na costa resultarem de uma refacção linear, então a estimativa das ordenadas do espectro direccional ao largo para uma dada frequência obtida com esta metodologia não diferiria muito do valor correcto.

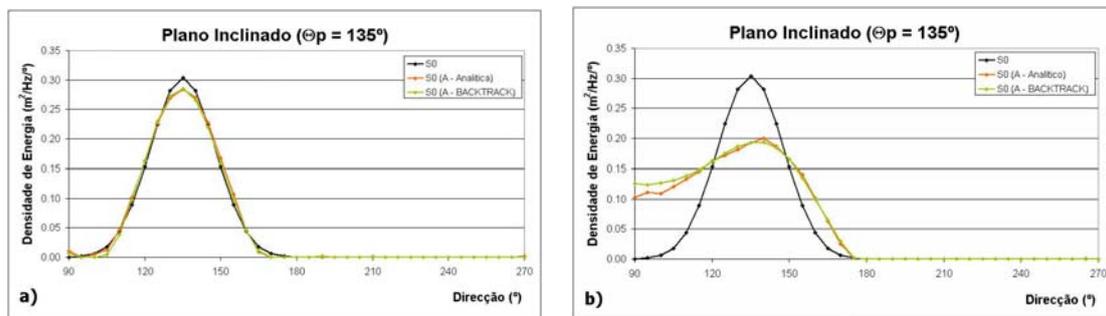


Figura 6. Distribuições direccionais do espectro de referência (S_o) e estimadas pela metodologia inversa, para o caso do Plano Inclinado, com a matriz **A** calculada a partir da lei de Snell, $S_o(\mathbf{A} - \text{Analítica})$, e a partir do BACKTRACK, $S_o(\mathbf{A} - \text{BACKTRACK})$, utilizando a) o vector obtido da lei de Snell e b) o vector obtido do SWAN.

		b	
		Análítico	SWAN
A	Análítica	9.667	11.575
	BACKTRACK	9.668	11.914

Quadro 3. Valores das áreas sob as curvas das distribuições direccionais estimadas pela metodologia inversa para o caso 135° do Plano Inclinado. A área para S_o de referência é 9.695 m².

4.2. Resultados para o caso do Cabo

Para a configuração do Cabo, os mesmos espectros ao largo com direcções de pico de 180° e de 135° foram impostos na fronteira do modelo SWAN. O caso com a direcção de pico imposta ao largo de 180° resultou numa estimativa muito boa de S_o pelo método inverso proposto ($S_o - \text{MI}$), o mesmo ocorrendo para o caso com direcção de pico de 135°, Figura 7, a) e b), e Quadro 4.

Embora um dos pontos de medição até possa estar protegido da agitação incidente, dependendo da direcção de pico daquela agitação, Figura 3, o mesmo não se passará com o outro ponto. Aliás, aparte a situação de agitação marítima com direcção de pico de 180°, não é difícil inferir que a agitação marítima atingirá sempre francamente um dos dois pontos presentes nesta

configuração.

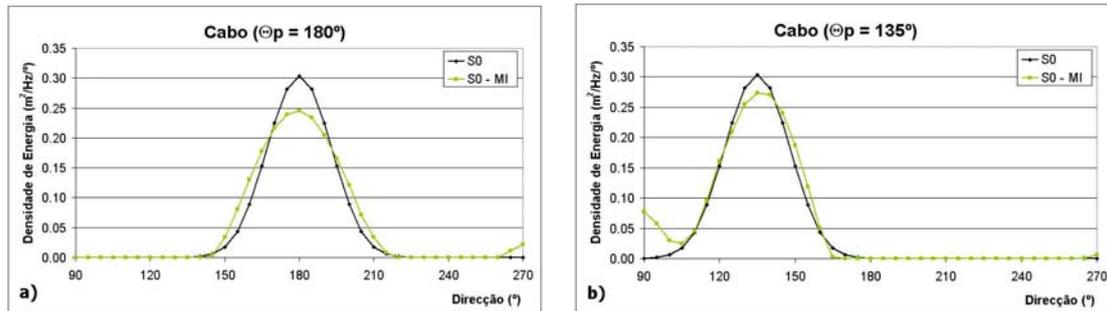


Figura 7. Distribuições direccionais dos espectros de referência (S_0) e estimadas ($S_0 - MI$), para a frequência 0.08 Hz, do caso do Cabo. a) Caso com direcção de pico ao largo de 180° ; b) Caso com direcção de pico ao largo de 135° .

Em termos das áreas das curvas do caso do Cabo, Quadro 4, as estimativas da metodologia inversa são muito boas em comparação com os valores de referência, tornando-as os melhores resultados obtidos dos três casos de teste estudados.

Cabo	Área sob a curva (m^2)	
	S_0 (Referência)	$S_0 - MI$
Caso 180°	9.695	10.007
Caso 135°	9.695	10.526

Quadro 4. Valores das áreas sob as curvas das distribuições direccionais do espectros de referência (S_0) e estimadas pela metodologia inversa ($S_0 - MI$) para o caso do Cabo.

4.3. Resultados para o caso da Baía

As estimativas obtidas pela metodologia inversa proposta para o caso da Baía estão apresentadas na Figura 8, na forma do espectro direccional imposto ao largo (S_0) e o espectro estimado ($S_0 - MI$), ambos para a frequência 0.08 Hz. As estimativas para o caso com a direcção de pico de 180° foram bastante boas, tal como nas outras configurações de fundo, porém, para 135° , a estimativa do S_0 apresentou a maior diferença, que se pode verificar na Figura 8 a) e no Quadro 5. As direcções de pico espectral foram as mesmas para o caso 180° , enquanto que, para o caso 135° , a direcção estimada tem um pico espectral aos 140° , Figura 8 b). Uma explicação para esta diferença está na dispersão da agitação marítima que, ao propagar-se para o interior da Baía (Figura 3), não reforça qualquer ponto particular como no caso do Cabo.

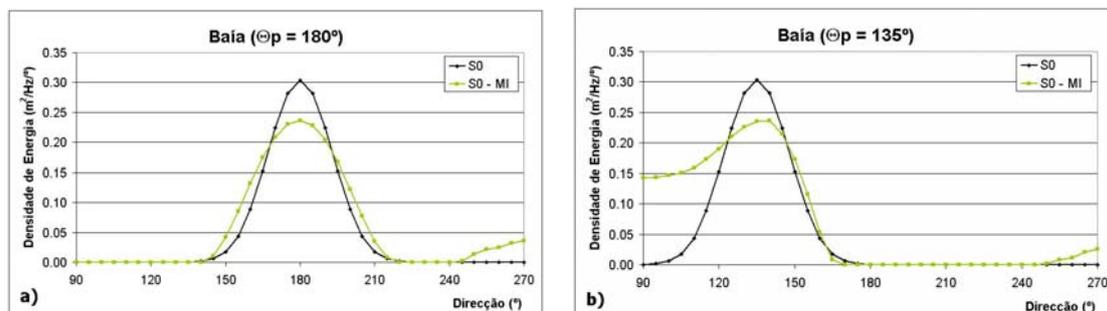


Figura 8. Distribuições direccionais dos espectros de referência (S_0) e estimadas ($S_0 - MI$),



4^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária Angra do Heroísmo, 20 e 21 de Outubro de 2005

para a frequência 0.08 Hz, para o caso da Baía. a) Caso com direcção de pico ao largo de 180°;
b) Caso com direcção de pico ao largo de 135°.

As áreas sob os espectros em direcção do caso Baía estão indicadas no quadro a seguir (Quadro 5), reafirmando a boa correlação para 180° e a diferença encontrada para 135°.

Baía	Área sob a curva (m ²)	
	S ₀ (Referência)	S ₀ - MI
Caso 180°	9.695	10.452
Caso 135°	9.695	13.246

Quadro 5. Valores das áreas sob as curvas das distribuições direccionais do espectros de referência (S₀) e estimadas pela metodologia inversa (S₀ - MI) para o caso da Baía.

5. CONCLUSÕES

Apresentou-se uma metodologia, baseada num método inverso, para estimar distribuição direccional de energia ao largo, numa dada frequência, a partir de estimativas de momentos direccionais da agitação marítima medida em pontos junto à costa.

A matriz do núcleo de dados é obtida utilizando-se a refração inversa linear e considerando distribuição direccional de energia ao largo representada por uma função em patamares. A sobredeterminação da matriz, que permite a solução do problema utilizando o algoritmo dos mínimos quadrados não-negativos (NNLS), obtém-se impondo uma condição de regularidade da solução.

Esta metodologia foi validada com o problema de um estado de agitação composto por ondas lineares propagando-se sobre um plano inclinado, situação em que é trivial a aplicação da lei de Snell. Nesta tarefa, confirmou-se a capacidade da metodologia para produzir estimativas muito próximas do valor observado da distribuição direccional de energia ao largo para um estado de agitação com a direcção dominante segundo a recta de maior declive do fundo, para outro em que a direcção dominante fazia um ângulo de 45° com aquela recta e para um estado de agitação com dois rumos dominantes ao largo distintos. Observou-se, também, que os resultados produzidos são muito sensíveis ao valor do parâmetro introduzido para forçar a suavidade da solução. Aparentemente, este parâmetro parece ser independente da direcção dominante ao largo.

Verificou-se a mesma metodologia no estudo da propagação de agitação marítima em geometrias idealizadas: Plano Inclinado, Cabo e Baía. A matriz núcleo de dados resultou da utilização do BACKTRACK - um modelo numérico que calcula leques de refração inversos - e os momentos direccionais da agitação nos pontos junto à costa foram obtidos dos resultados do modelo numérico SWAN, que propaga estados de agitação caracterizados por um espectro direccional nas fronteiras do domínio de cálculo.

Os resultados obtidos nestes casos mostram que a utilização do modelo numérico no cálculo da matriz núcleo de dados deverá condicionar a qualidade das estimativas ao largo pois, para o Plano Inclinado, já não é possível obter estimativas tão boas como quando se utiliza a lei de Snell. Importa contudo referir as boas estimativas obtidas no caso do Cabo, que parece indicar a importância da energia do sinal medido nos pontos junto à costa, bem como da variação da direcção dominante nos mesmos pontos com a variação da direcção dominante ao largo.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o financiamento concedido pela Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) através do projecto POCTI/CTA/45431/2002. Alexandre Braga Coli agradece também à FCT o financiamento da sua bolsa de doutoramento de ref.^a SFRH/BD/12488/2003.



4^as Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária
Angra do Heroísmo, 20 e 21 de Outubro de 2005

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bennett, A.F. (1992). *Inverse Methods in Physical Oceanography*, Cambridge University Press. Cambridge.
- Booij, N., Ris, R.C. e Holtthuijsen, L.H. (1999). A Third-generation Wave Model for Coastal Regions, Part I, Model Description and Validation. *J. Geophys. Res.*, **104 (C4)**: 7649-7666.
- Coli, A.B., Santos, J.A., Fortes, C.J., Capitão, R. e Carvalho, M.M. (2002). Extreme Wave Regime Propagation to Douro's Mouth: Analysis by the Numerical Models BACKTRACK-REFSPEC and SWAN. *Proc. Littoral 2002*, Porto, Portugal, pp. 185-196.
- Lawson, C.L. e Hanson, R.J. (1974). *Solving Least Squares Problems*. Prentice-Hall. New Jersey.
- Longuet-Higgins, M.S. (1957). On the Transformation of a Continuous Spectrum by Refraction. *Proc. Cambridge Philosophical Society*, **53(1)**: 226-229.
- Menke, W. (1984). *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press. San Diego.
- O'Reilly, W.C. e Guza, R.T. (1998). Assimilating Coastal Wave Observations in Regional Swell Predictions. Part I: Inverse Methods. *J. Physical Oceanogr.*, **28**: 679-691.
- Pierson, W.J., Tuttle, J.J. e Wooley, J.A. (1953). The Theory of the Refraction of a Short-Crested Gaussian Sea Surface with Application to the Northern New Jersey Coast. *Proc. 3rd Conference on Coastal Engineering*, Cambridge, pp. 86-108.
- Swail, V.R., V.J. Cardone, V.J. e Cox, A.T. (1998). A Long Term North Atlantic Wave Hindcast. *Fifth International Workshop on Wave Hindcasting and Forecasting*. Melbourne, Florida.