



ANÁLISE DA FORMULAÇÃO DE REBENTAÇÃO NO MODELO FUNWAVE

Conceição Juana Fortes, Takashi Okamoto, Artur Clérigo Palha

(1) Núcleo de Portos e Estruturas Marítimas, Departamento de Hidráulica e Ambiente, LNEC
Av. do Brasil, 101, 1700-066 Lisboa, Tel. +351 21 844 3446, Fax. 351 21 844 3019
E-mail: jfortes@lnec.pt, tokamoto@lnec.pt, aclerigo@lnec.pt

RESUMO

Nesta comunicação, descrevem-se os estudos em modelo físico e numérico efectuados para a análise da rebentação das ondas num fundo com um perfil do tipo barra-fossa.

Em modelo físico, Okamoto *et al.* (2006) efectuaram um conjunto de ensaios sistemáticos no canal de ondas regulares do LNEC, cujo objectivo foi a medição da elevação da superfície livre e de velocidades após a ocorrência da rebentação e até ao seu final. Assim, sobre um fundo com três rampas de inclinação de 1:20 formando um perfil do tipo barra-fossa, foram ensaiados 4 períodos de onda regular, (1.1, 1.5, 2.0, e 2.5 s) com 4 diferentes alturas de onda (8, 10, 15 e 20 cm). Dispõe-se assim de um conjunto de dados experimentais bastante valioso para validação de modelos numéricos.

No estudo em modelo numérico, utilizou-se o modelo FUNWAVE, Kirby *et al.* (1998), sendo este aplicado a algumas das condições de ensaio referidas anteriormente. Estes testes preliminares serviram para avaliar o desempenho do modelo na simulação da propagação de ondas após a sua rebentação e contribuíram para identificar as principais limitações deste. Finalmente, para colmatar um pouco essas limitações, é efectuada a calibração dos parâmetros relacionados com a rebentação e procedeu-se à implementação e teste de novas formulações de dissipação de energia do modelo. É efectuada uma análise comparativa dos resultados numéricos das diferentes formulações com os resultados experimentais.

Palavras-chave – Propagação de ondas, Rebentação, Modelação física, Modelação numérica, Modelo FUNWAVE

1. INTRODUÇÃO

A determinação da zona de rebentação é essencial em estudos de hidrodinâmica costeira e de transporte de sedimentos. Mais concretamente, a localização e extensão da rebentação são dois dos factores principais para esses estudos uma vez que determinam a localização e a estabilidade das estruturas e o transporte de sedimentos associado.

Note-se que a hidrodinâmica na zona após a rebentação é um aspecto muito pouco estudado, principalmente para perfis de fundo complexos, tais como o perfil barra-fossa, em que existe uma primeira rebentação e, posteriormente, a reformação da onda.

De forma a contribuir um pouco para o conhecimento na zona após a rebentação, Okamoto *et al.* (2006), no seguimento do trabalho de Basco e Okamoto (2002) e Okamoto e Basco (2004, 2006), encontram-se a realizar um conjunto de ensaios no canal de ondas regulares do LNEC, cujo objectivo é a medição da elevação da superfície livre e de velocidades após a ocorrência da rebentação e até ao seu final. Assim, sobre um fundo constituído por três rampas de inclinação de 1:20, são ensaiados 4 períodos de onda regular (1.1, 1.5, 2.0, e 2.5 s) com 4 diferentes alturas de onda (8, 10, 15 e 20 cm). Para cada ensaio, determinam-se as localizações onde a rebentação começa e acaba e efectua-se a medição ao longo do canal das elevações da superfície livre e velocidades, incluindo a



medição do perfil de velocidades na direcção vertical. Estes valores permitem o cálculo da celeridade da onda, os valores da altura relativa de onda e da velocidade da partícula.

Para além de constituírem um conjunto excelente de resultados experimentais para a validação de modelos numéricos, estes ensaios têm por objectivo final o cálculo de um índice de rebentação introduzido Utku (1999) e Utku e Basco (2002) baseado no conceito do *Relative Trough Froude Number* (RTFN) que se relaciona com o conceito do ressalto hidráulico móvel. Este índice poderá diminuir o empirismo associado aos modelos de rebentação existentes.

Com efeito, a modelação numérica da rebentação é feita normalmente recorrendo a um conjunto de parâmetros (mais ou menos empíricos) associados ao início, ao fim, à duração ou à forma como se dá essa dissipação de energia, parâmetros estes que têm que ser calibrados e ajustados sem qualquer base teórica ou experimental para as diferentes condições de agitação incidente e de batimetria.

Por exemplo, em modelos do tipo Boussinesq, tais como o modelo FUNWAVE, Kirby *et al.* (1998) a introdução da rebentação é feita recorrendo a um termo extra na equação de momento e um critério externo é imposto para estabelecer se a onda está a rebentar ou não. Esse termo extra está associado a uma formulação de dissipação de energia mais adequada a rebentação do tipo progressiva, Kennedy *et al.* (2000). Trabalhos anteriores, Mil-Homens *et al.* (2005) mostraram que o modelo FUNWAVE sub-estima os resultados antes da rebentação e sobre-estima depois da rebentação, i.e., o modelo inicia o processo de rebentação demasiado cedo e dissipa menos energia durante o processo de rebentação.

A calibração dos parâmetros do modelo e a utilização de outras fórmulas para a dissipação de energia ao longo da rebentação constituem alternativas para tentar resolver este problema, que é mais significativo noutros tipos de rebentação como é o caso da rebentação mergulhante.

Neste sentido, efectuou-se uma análise de sensibilidade à variação dos parâmetros do modelo relacionados com a rebentação (C_{bkv} , C_{bke} e C_{brk}) da formulação de rebentação do modelo FUNWAVE e foi introduzido um conjunto de fórmulas alternativas para a dissipação de energia. Para avaliação destas fórmulas, os resultados numéricos foram comparados com o conjunto de dados experimentais obtido por Okamoto *et al.* (2006).

Nesta comunicação, é primeiramente descrito o modelo FUNWAVE e a formulação de rebentação. Seguidamente, são descritos os ensaios de Okamoto *et al.* (2006) e analisados os seus resultados. No capítulo 4, apresentam-se as condições de cálculo do modelo FUNWAVE. No capítulo 5, apresentam-se e discutem-se os resultados numéricos e experimentais para as diferentes condições experimentais, quer em termos de elevação da superfície livre quer em termos de altura de onda. É efectuada também uma análise do desempenho do modelo à variação dos parâmetros de rebentação e à utilização das diferentes formulações de dissipação de energia implementadas.

2. O MODELO FUNWAVE

2.1 FUNWAVE

O modelo FUNWAVE, Kirby *et al.* (1998) e Chen *et al.* (2000), é um modelo de propagação de ondas baseado nas equações de Boussinesq estendidas, deduzidas por Wei *et al.* (1995). O modelo permite reproduzir a maioria dos fenómenos intervenientes na transformação da onda em fundos de profundidade variável e na presença de correntes: dispersão de frequência, dispersão de amplitude, empolamento (linear e não-linear), difracção, refracção pelo fundo e devida às correntes, geração de harmónicas e dissipação de energia por rebentação da onda. No entanto, este modelo só pode ser aplicado a zonas de pequena dimensão de fronteiras abertas.



O modelo resolve as equações de conservação de massa (1) e quantidade de movimento (2):

$$\eta_t + \nabla \cdot \left\{ (h + \eta) \left[\mathbf{u}_\alpha + \left(z_\alpha + \frac{1}{2}(h - \eta) \right) \nabla(\nabla \cdot (h\mathbf{u}_\alpha)) \right] + \left(\frac{1}{2} z_\alpha^2 - \frac{1}{6} (h^2 - h\eta + \eta^2) \right) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha) \right\} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{u}_{\alpha t} + (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{u}_\alpha + g \nabla \eta + z_\alpha \left\{ \frac{1}{2} z_\alpha \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}_{\alpha t}) + \nabla(\nabla \cdot (h\mathbf{u}_{\alpha t})) \right\} + \\ & \nabla \left\{ \frac{1}{2} (z_\alpha^2 - \eta^2) (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) (\nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha) + \frac{1}{2} [\nabla \cdot (h\mathbf{u}_\alpha) + \eta \nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha]^2 \right\} + \\ & \nabla \left\{ (z_\alpha - \eta) (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) (\nabla \cdot (h\mathbf{u}_\alpha)) - \eta \left[\frac{1}{2} \eta \nabla \cdot \mathbf{u}_{\alpha t} + \nabla \cdot (h\mathbf{u}_{\alpha t}) \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

onde η é a elevação da superfície livre, h é a profundidade, \mathbf{u}_α é o vector de velocidade horizontal à profundidade de $z = z_\alpha = -0.531h$, g é a aceleração gravítica e o índice t representa a derivada parcial em relação ao tempo. As Eqs. (1) e (2) descrevem a evolução de ondas sobre um fundo inclinado e impermeável, sem considerar rebentação.

No desenvolvimento do programa FUNWAVE, Kirby *et al.* (1998) foram introduzidas importantes modificações nas anteriores equações, e entre elas a inclusão de um modelo de rebentação das ondas. Na simulação da hidrodinâmica da zona de rebentação, a dissipação de energia devido à rebentação é tratada através da inclusão de um termo de viscosidade turbulenta na equação de conservação da quantidade de movimento, Kennedy *et al.* (2000).

$$F_{br} = \frac{1}{h + \eta} \left[(v((h + \eta)u_\alpha)_x)_x + \frac{1}{2} (v(((h + \eta)u_\alpha)_y + ((h + \eta)v_\alpha)_x))_y \right] \quad (3)$$

$$G_{br} = \frac{1}{h + \eta} \left[\frac{1}{2} (v(((h + \eta)v_\alpha)_x + ((h + \eta)u_\alpha)_y))_x + (v((h + \eta)v_\alpha)_y)_y \right] \quad (4)$$

em que os índices x e y representam derivadas espaciais e v é o coeficiente de viscosidade turbulenta, localizado na face frontal da onda. Este coeficiente é definido por:

$$v = B \delta^2 (h + \eta) \eta_t \quad (5)$$

com δ (denominado como c_{brk} nos testes de sensibilidade dos parâmetros de rebentação) é o coeficiente do comprimento de mistura, ao qual se atribui normalmente o valor empírico de 1.2, Kennedy *et al.* (2000). Quanto a B controla a ocorrência de dissipação de energia e é dada por:

$$B = \begin{cases} 1, & \eta_t \geq \eta_t^* \\ \frac{\eta_t}{\eta_t^*} - 1 & \eta_t^* \leq \eta_t < 2\eta_t^* \\ 0, & \eta_t < \eta_t^* \end{cases} \quad (6)$$

O início e fim da rebentação da onda é determinado utilizando o parâmetro η_t^* definido por:



$$\eta_t^* = \begin{cases} \eta_t^{(F)}, & t \geq T^* \\ \eta_t^{(I)} + \frac{t-t_0}{T^*}(\eta_t^{(F)} - \eta_t^{(I)}), & 0 \leq t-t_0 < T^* \end{cases} \quad (7)$$

em que T^* é o tempo de transição, t_0 é o instante de tempo em que a rebentação da onda ocorre e $t-t_0$ é o tempo de ocorrência da rebentação. Os valores de $\eta_t^{(I)}$ e $\eta_t^{(F)}$ são dados por $c_{bkv}\sqrt{gh}$ e $c_{bke}\sqrt{gh}$, respectivamente. O valor de T^* é dado por $5\sqrt{h/g}$. O valor de c_{bkv} varia entre 0.27 e 0.65 e está relacionado com o início da rebentação. Experiências realizadas por D'Alessandro *et al.* (2004) e Vieira (2004) mostraram que os resultados do modelo dependem significativamente deste parâmetro. Em geral, à medida que se aumenta o valor de c_{bkv} , verifica-se que a rebentação da onda passa a ocorrer em profundidades menores. Uma análise de sensibilidade ao valor deste parâmetro deve ser sempre realizada na aplicação do modelo FUNWAVE a qualquer caso de estudo.

O valor de c_{bke} , segundo Kennedy *et al.* (2000), deve ser de 0.15.

O esquema numérico de diferenças finitas utilizado para a discretização temporal das equações é o método “previsor-corrector” de Adams-Bashforth-Moulton de 4^a ordem, que utiliza um passo de previsão de 3^a ordem Adams-Bashforth e de 4^a ordem Adams-Moulton para o passo da correcção. As derivadas espaciais de 1^a ordem são discretizadas por diferenças finitas centrais, utilizando uma fórmula de 5 pontos, com uma precisão de 4^a ordem. As derivadas espaciais e temporais de ordem superior são efectuadas com uma precisão de 2^a ordem.

O modelo FUNWAVE foi desenvolvido para aplicações a uma e duas dimensões, apresentando estas últimas algumas limitações, tais como, a existência de problemas na geração e propagação de ondas com direcções diferentes daquela definida pela perpendicular à fronteira de entrada do domínio de cálculo. Estes condicionantes limitam um pouco a aplicabilidade desta versão bidimensional a casos reais de estudo

Os dados de entrada do modelo FUNWAVE são os valores de batimetria, da série temporal de elevação da superfície livre no “gerador de ondas” (função fonte interna do domínio) da condição inicial para a elevação da superfície livre e velocidade em todos os pontos do domínio e um ficheiro com os parâmetros do modelo, Kirby *et al.* (1998). Este ficheiro contém os parâmetros do modelo atrás descritos e os correspondentes às características da onda a propagar, às características do domínio de cálculo, ao passo de tempo temporal e ao tempo total de cálculo.

Os resultados fornecidos pelo modelo constam de séries temporais e espaciais da elevação da superfície livre e velocidades horizontais nos pontos do domínio definidos pelo utilizador.

2.2 Análise da formulação de dissipação de energia

Em Mil-Homens *et al.* (2005) verificou-se que o modelo FUNWAVE inicia o processo de rebentação demasiado cedo e dissipa menos energia que os resultados experimentais. De modo a tentar minorar estes problemas, foram estudadas as seguintes alternativas:

Alternativa 1 – Análise de sensibilidade aos parâmetros c_{bkv} e c_{bke}

Alternativa 2 - Aumento uniforme do valor de B , Eq. (6);

Alternativa 3 – Análise de sensibilidade ao parâmetro tempo de transição T^* ;

Alternativa 4 – Substituição da Eq. (6) que define B , pelas expressões seguintes:

$$B = \begin{cases} 2, & \eta_t \geq \eta_t^* \\ \frac{2\eta_t}{\eta_t^*} - 2 & \eta_t^* \leq \eta_t < 2\eta_t^* \\ 0, & \eta_t < \eta_t^* \end{cases} \quad (8)$$

$$B = \begin{cases} 2, & \eta_t \geq \eta_t^* \\ \sin \left[\pi \left(\frac{\eta_t}{\eta_t^*} - 1 \right) - \frac{\pi}{2} \right] + 1 & \eta_t^* \leq \eta_t < 2\eta_t^* \\ 0, & \eta_t < \eta_t^* \end{cases} \quad (9)$$

$$B = \begin{cases} 10, & \eta_t \geq \eta_t^* \\ 5 \sin \left[\pi \left(\frac{\eta_t}{\eta_t^*} - 1 \right) - \frac{\pi}{2} \right] + 1 & \eta_t^* \leq \eta_t < 2\eta_t^* \\ 0, & \eta_t < \eta_t^* \end{cases} \quad (10)$$

O objectivo destas fórmulas em relação à Eq. (6) é proporcionar o aumento da dissipação de energia após a rebentação em todo o domínio de cálculo, mas principalmente na zona imediatamente após esta.

3. ENSAIOS EM MODELO FÍSICO

3.1 Condições experimentais

Os testes experimentais foram realizados no Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) num canal com 32 m de comprimento e equipado com um gerador de ondas regular. A batimetria do fundo do canal é constituída por uma zona plana seguida de três rampas de inclinação 1:20 conforme se mostra na Figura 1.

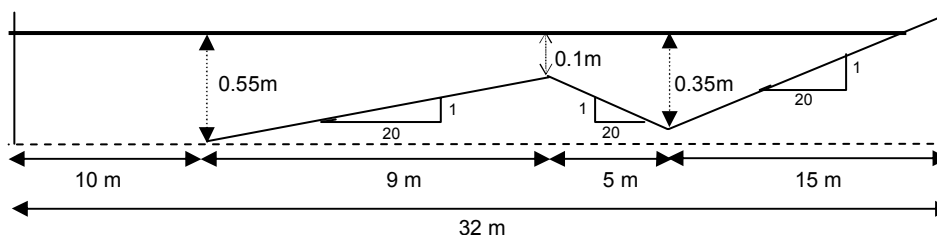


Figura 1 - Batimetria do canal de ensaios experimentais.

As condições de onda simuladas no canal foram limitadas pelas características do gerador de ondas, que apenas consegue simular um período de onda máximo e correspondente altura de onda máxima de $T=2.7$ s e $H=23$ cm, respectivamente. Assim, apenas 6 casos foram considerados, correspondendo a períodos de onda de: 1.1, 1.5, 2.0, e 2.5 s e alturas de onda de 8, 10, 15, e 20 cm. Contudo, no caso de $T=1.1$ s e $H=20$ cm, as ondas rebentavam imediatamente após a sua formação devido à declividade da onda, pelo que este teste foi excluído.



5^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária Lisboa, 11 e 12 de Outubro de 2007

Foram instaladas sete sondas resistivas para o cálculo da celeridade da onda da altura de onda. Cada sonda foi separada de uma distância fixa (20 cm). A frequência de amostragem dos ensaios foi de 100Hz. A celeridade da crista de onda foi calculada pela diferença de tempo entre duas sondas separadas por uma distância conhecida (20 cm). Um conjunto de sondas foi posicionado ao longo de 120 cm quer iniciando em $x=0$ - série par de valores (0, 20, 40, etc.) quer iniciando em $x=10$ cm - série impar de valores (10, 30, 50, etc.).

O ADV (*Acoustic Doppler Velocimeter*) foi usado para medir a velocidade das partículas. As velocidades das partículas são medidas desde $x=10$ cm até, pelo menos, $x=100$ cm à frente da zona em que termina a rebentação, dependendo do período da onda, pois a localização da crista situa-se à frente da correspondente localização da cava.

Uma vez que as condições de onda impostas são de águas pouco profundas ou de águas de profundidade intermédia a variação da velocidade na direcção horizontal é pequena ou negligenciável. Assim, o sensor do ADV foi primeiramente colocado no meio da coluna de água. Os testes preliminares mostraram que tal é verdade quando a onda se encontra a rebentar. No entanto, depois da rebentação, mesmo para $T=2.5$ s, cujo d/L_0 é menor que $1/20$ no ponto mais profundo da cava, a velocidade apresenta uma grande variação na vertical. Assim, foram também medidas as velocidades próximo da superfície a partir do término da rebentação. A frequência de amostragem do ADV foi de 25Hz.

Os registos das sondas foram obtidos durante 120 s para $T=1.1$ s e 1.5 s e 150 s para $T=2.0$ s e 2.5 s. As velocidades das partículas foram medidas durante 90 s para $T=1.1$ s e 120 s para os restantes períodos. A medição dos valores só se efectuou após um período de 300 s, de modo a estabilizar as condições naturais de oscilação do canal.

A localização do fim da rebentação foi efectuada por observação visual. A zona da crista da onda onde as bolhas desaparecem é considerada o fim da rebentação. Desta forma, foram obtidas cerca de 50 amostras e determinado um valor médio.

3.2 Resultados experimentais

3.2.1 Altura de onda relativa (H/d)

A altura de onda relativa (H/d) é muitas vezes usada como o índice de rebentação em águas pouco profundas. É, assim, que é apresentada a condição de onda estabilizada introduzida por Dally *et al.* (1985), pelo que foi calculada como referência.

Ao contrário do início da rebentação, não há nenhum valor *standard* ou correntemente usado para o fim da rebentação. Dally *et al.* (1985) indica vários valores ($H/d=0.35\sim 0.47$) para diferentes declives de fundo de modo a obter uma curva que melhor se adapte aos resultados experimentais. Estes testes foram todos efectuados em declives suaves de praias e não houve qualquer comparação entre os resultados experimentais e os correspondentes valores da condição estabilizada da onda, Dally *et al.* (1985), para uma praia do tipo barra-fossa. De qualquer forma, é expectável que a altura de onda relativa para o fim da rebentação seja próximo de $H/d=0.35\sim 0.4$, que é o valor dado para o caso de um fundo horizontal.

A Figura 2 representa a evolução da altura relativa de onda desde o topo da barra até ao fim da rebentação, para todos os 15 testes efectuados. Neste caso, a localização do fim da rebentação é definida como o momento em que desaparecem as bolhas ou as turbulências na onda. A distância é normalizada pela localização do fim da rebentação, para cada caso. Assim, $x=1$ corresponde ao fim da rebentação.

Da Figura 2 pode-se concluir que o valor médio da taxa de H/d no fim de rebentação é 0.30. Este valor é relativamente pequeno relativamente ao observado no caso de fundo horizontal. No entanto, de qualquer forma, este resultado não é muito diferente ao esperado.

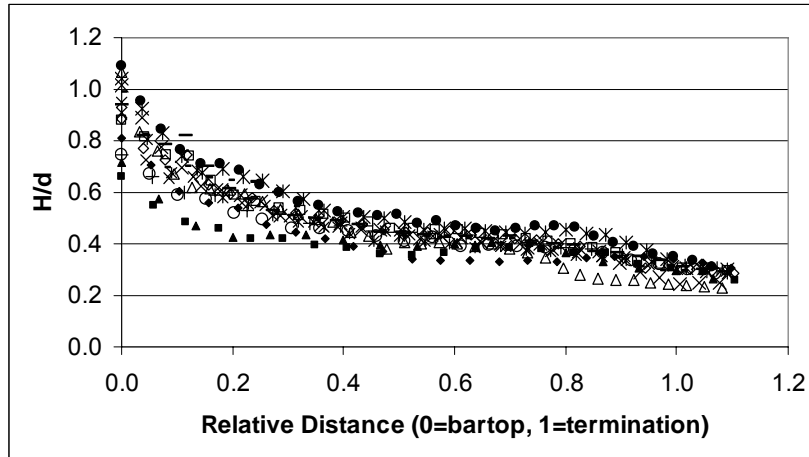


Figura 2: Evolução da altura relativa ao longo do fundo utilizando uma escala normalizada, para todos os casos estudados.

É importante notar que o decréscimo de H/d tem duas fases. Acima de $x=0.7$ e 0.8 , H/d é assintoticamente decrescente até atingir $H/d=0.4$, a partir deste valor mantém-se constante até $x=0.8$. Este comportamento é semelhante ao observado na equação de decréscimo de onda introduzida por Dally *et al.* (1985). Depois de $x=0.8$, a altura relativa da onda decresce novamente e atinge o valor de 0.3 no fim da rebentação. Este comportamento não é explicado através da equação de Dally *et al.* (1985). Convém salientar que o facto de H/d assintoticamente decrescer e tornar-se praticamente constante no lado negativo do declive significa que a altura de onda está a crescer enquanto a onda ainda está a rebentar.

A Figura 3 representa a evolução da altura de onda durante a rebentação. As linhas a cheio no gráfico representam $H/d=0.3$ para $x>0$ e $H/d=0.5$ para $x<0$, que são determinadas da calibração num fundo de declive constante dado por Dally *et al.* (1985). Como se mostra nesta figura, a altura de onda aumenta próximo do fim da rebentação para todos os casos. Essa taxa de variação varia com o período da onda.

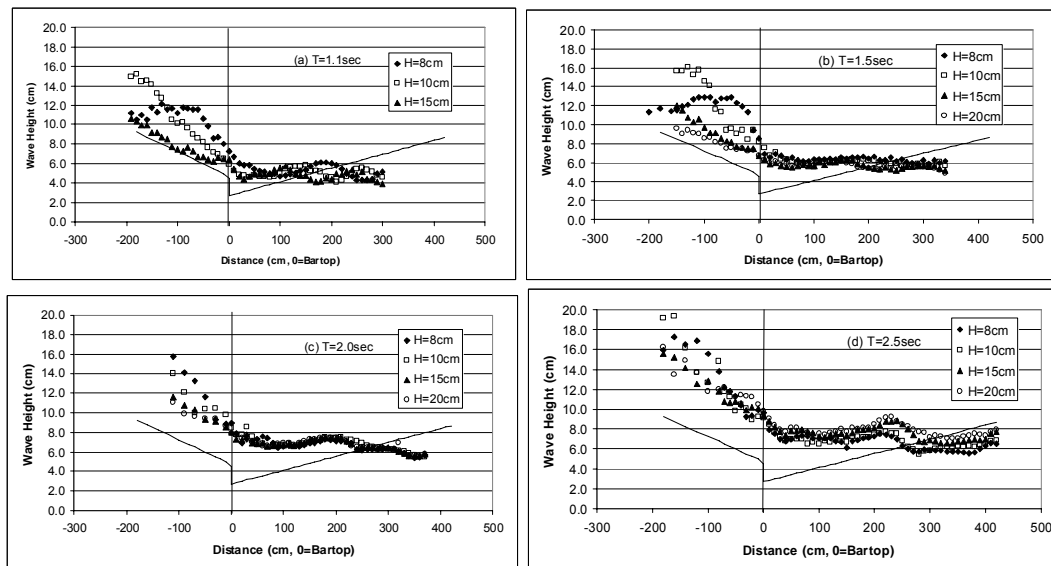


Figura 3: Altura da onda (cm): (a) $T=1.1$ s, (b) $T=1.5$ s, (c) $T=2.0$ s, (d) $T=2.5$ s.

3.2.2 Celeridade da onda

A Figura 4 representa valores da celeridade da onda para os 15 casos estudados. A Figura 4 (a) apresenta o valor da celeridade absoluta em cm/s e a Figura 4 (b) representa a taxa entre o valor medido e o valor teórico \sqrt{gd} .

A celeridade da onda no fim da rebentação ($x=1$) é de 126 cm/s em média e a taxa relativa ao valor teórico é de 0.9 cm/s, em média. Tal como a evolução da altura de onda, a evolução da celeridade de onda tem duas fases: a celeridade diminui assintoticamente até um valor próximo de 110 cm/s, mantêm-se nesse ponto antes do fim da rebentação (à volta de $x=0.9$) e depois aumenta. Isto corresponde a valores de C/\sqrt{gd} entre 0.75 e 0.95 nos pontos mínimos e 0.85 a 0.97 na localização do fim da rebentação.

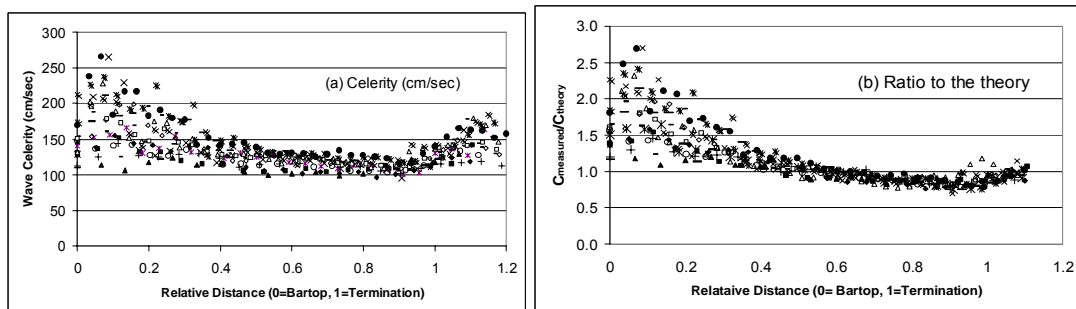


Figura 4: Evolução da celeridade da onda durante a rebentação: (a) Celeridade da onda, (b) Relação entre o valor medido e teórico da celeridade de onda, \sqrt{gd} .

Note-se que a celeridade da onda na cava é muito difícil de determinar uma vez que o perfil da superfície livre é menos curvo. Se existe algum ruído ou flutuações no registo, tal irá influenciar a posição da cava da onda. Além disso, a rebentação gera harmónicas de ordem superior, dependentes da frequência fundamental, pelo que aparecem um conjunto de pontos mínimos entre cristas nalguns casos. Para reduzir este problema, a celeridade da onda na cava foi calculada com uma distância entre sondas de 40cm.

A Figura 4 representa os valores da celeridade da cava da onda para $T=1.5$ s e $H=10$ cm. Como se pode ver, existe ainda bastante ruído no registo especialmente entre $x=80$ e $x=180$ o que torna difícil de obter uma tendência geral da evolução da celeridade. Contudo, esta tendência torna-se estável por volta de 100 cm/s entre $x=230$ e $x=300$.

Dos registos efectuados em diferentes locais, pode-se estimar a relação especial entre a crista e a cava em determinado instante de tempo. Para $T=1.5$ s e $H=10$ cm, foi determinado que a cava se encontra 50 cm à frente da crista quando a turbulência desaparece da crista. A localização do fim da rebentação para $T=1.5$ s e $H=10$ cm é de 220 cm, logo a cava ocorre por volta dos 270 cm. Assim, pode-se estimar que a celeridade da onda na cava é de 98 cm/s no fim da rebentação. Este resultado deve ser visto com algum cuidado devido a certas imprecisões na determinação da celeridade na cava, conforme referido anteriormente.

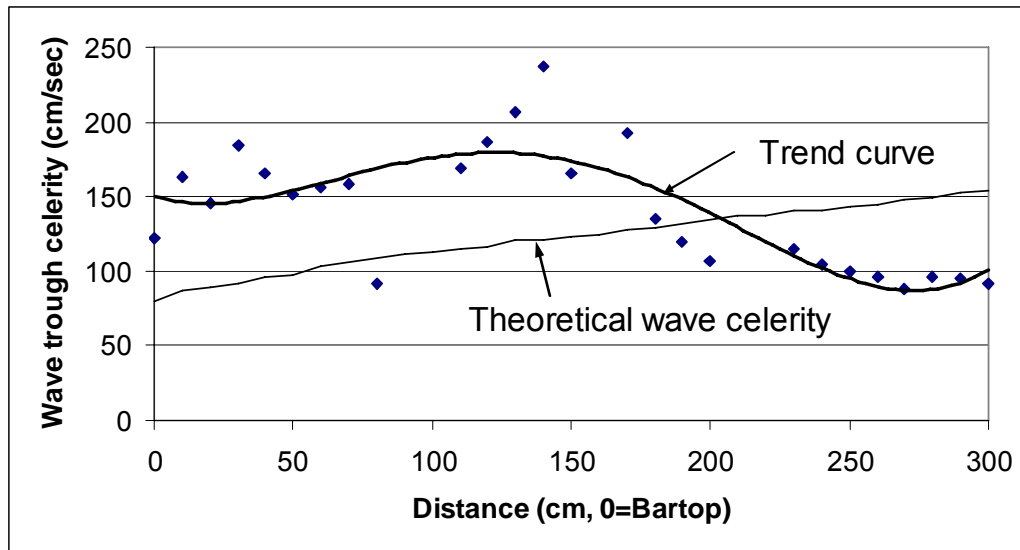


Figura 5: Celeridade da onda na cava ($T=1.5$ s, $H=0.1$ m)

Os resultados da celeridade na cava e na crista sugerem que a celeridade de onda é menor do que o esperado teoricamente. É importante também notar que a celeridade na crista e na cava estão relacionadas entre si mesmo que estejam separadas e a profundidade nos dois pontos seja diferente.

4. APLICAÇÃO NUMÉRICA

4.1 Condições de cálculo

O domínio de cálculo no modelo FUNWAVE é apresentado na Figura 6.

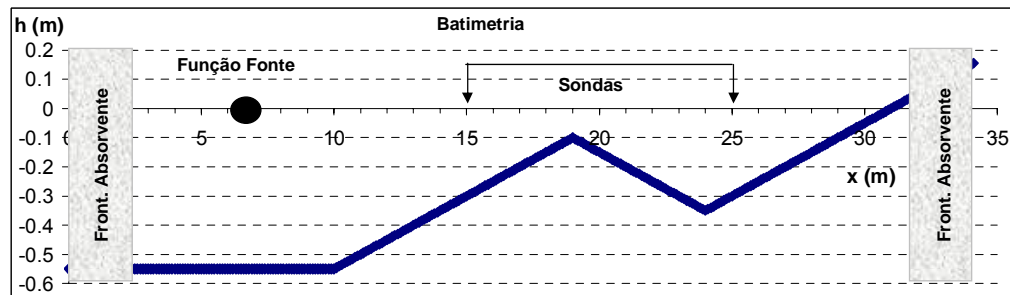


Figura 6: Domínio computacional do FUNWAVE.

O domínio foi discretizado por uma malha de diferenças finitas com um comprimento total de 34 m e um espaçamento de $\Delta x=0.05$ m, correspondendo a 680 nós espaciais. O passo temporal escolhido foi de $\Delta t=0.01$. Ambos os valores foram escolhidos por forma a obter-se a resolução espacial necessária e, ao mesmo tempo, satisfazer-se a condição de Courant–Friedrichs–Lewy que impõe:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{0.5}{\sqrt{gh_{\max}}} \quad (11)$$

Foram colocadas duas fronteiras de absorção nos extremos do domínio, com comprimentos de 2.5 m (50 nós) e 2.5 m (50 nós), respectivamente.



O tempo total simulado foi de 300 s, correspondendo a 30000 passos temporais. Os resultados numéricos foram obtidos em todos os nós da malha de cálculo e, em particular, nas posições das sondas entre 15 m e 25 m com intervalos de 50 cm.

4.2 Função fonte

A função fonte (geração de ondas) foi colocada na posição $x=6.5$ m (nó 130), mantendo-se o afastamento necessário da 1^a sonda, para que as ondas se encontrem completamente desenvolvidas quando a alcançam.

Apenas foram simulados os testes correspondentes a $T=1.5$ s, 2.0 s e 2.5 s com $H=8$ cm e $T=1.5$ s e $H=10$ cm.

4.3 Parâmetros do modelo FUNWAVE

Na Tabela 1, são apresentados os valores adoptados para alguns dos parâmetros do FUNWAVE mais relevantes, no que concerne a modelação da propagação de ondas. Estes parâmetros estão relacionados com o controlo de instabilidades numéricas, *itftr*, com o espraioamento (δ e λ) e, finalmente, com a rebentação (C_{bkv} C_{bke} C_{brk}).

Todos os parâmetros tiveram de ser ajustados de forma a conseguir-se a melhor aproximação dos resultados numéricos aos experimentais, assegurando a estabilidade do modelo. Foram utilizados valores no intervalo 0.005 a 0.02 para δ , 30 a 80 para λ e 20 a 300 para *itftr* (intervalo entre o filtro numérico). Os valores finais foram os que forneceram resultados que mais se aproximaram dos dados experimentais, mantendo o modelo estável durante todo o domínio temporal. De notar que o parâmetro que regula o atrito de fundo foi colocado a zero.

Assim, para simular o espraioamento, considerou-se que uma fenda se estendia de $x_{inicial}=29$ m (nó 580) até $x_{final}=34$ m (nó 680). Para as características da fenda, δ_f e λ foram iguallados a 60 e 0.005, respectivamente, após a análise de sensibilidade realizada.

Um parâmetro bastante importante e que permite manter o modelo estável é o valor de *itftr*. Diversos testes foram levados a cabo de forma a estabelecer o melhor valor de *itftr* que permitia manter o modelo estável e todos os outros parâmetros o mais próximos dos possíveis seus valores óptimos.

Tabela 1. Parâmetros utilizados no FUNWAVE para simulação.

Param.	Valor	Descrição
<i>itftr</i>	150	Número de passos de tempo entre a aplicação consecutiva do filtro numérico.
δ_f	0.005	Largura da fenda relativamente à largura unitária da praia.
λ	60	Parâmetro que controla a forma da fenda.
<i>swidth</i>	1.0	Razão entre o comprimento da função de fonte e metade do comprimento de onda.

Os parâmetros anteriores foram mantidos para as várias condições dos ensaios experimentais testadas numericamente.

Quanto aos valores de C_{bkv} , C_{bke} , e C_{brk} , efectuou-se uma análise de sensibilidade prévia para obter os valores que melhor se adaptam a cada condição experimental. Este procedimento é melhor descrito na secção 5.4.1. Na Tabela 2 apresentam-se os valores para as condições de teste 1 a 4.



Tabela 2. Valores de c_{bkv} para todas condições de teste 1 a 4.

Condições de teste	T (s)	H (m)	c_{bkv}	c_{bke}	c_{brk}
1	1.5	0.08	0.55	0.15	1.2
2	1.5	0.10	0.38	0.15	1.2
3	2.0	0.08	0.38	0.15	1.2
4	2.5	0.08	0.50	0.15	1.2

5. Apresentação e análise de resultados numéricos e experimentais

5.1 Introdução

O modelo FUNWAVE foi aplicado, primeiramente, ao perfil de fundo descrito na Figura 6, para a condição de onda incidente correspondente a $T=2.5$ s e $H=0.08$ m, considerando as condições de cálculo e os parâmetros do modelo anteriormente indicados (ver capítulo 4). Neste caso, o valor de B da Eq. (5) foi calculado pela Eq. (6) que é a equação implementada originalmente no modelo FUNWAVE. Os resultados numéricos, obtidos ao longo do domínio consistem em séries temporais da elevação da superfície livre e os correspondentes valores de altura de onda. Estes últimos foram comparados com os medidos experimentalmente.

Seguidamente, efectuou-se uma comparação, em termos da altura de onda, entre resultados numéricos e experimentais, para todas as restantes condições de ensaio experimental. As condições de cálculo e os parâmetros do modelo são os indicados em capítulo 4.

Finalmente, para $T=2.5$ s e $H=0.08$ m, efectuou-se uma análise da formulação de rebentação implementada no modelo FUNWAVE quer em termos dos parâmetros c_{bkv} , c_{bke} e c_{brk} quer em termos das expressões das formulações de dissipação de energia.

5.2 Caso de Teste: $T= 2.5$ s e $H = 0.08$ m

Nesta secção, apresentam-se os resultados numéricos do modelo FUNWAVE para as condições do ensaio experimental de $T=2.5$ s e $H=0.08$ m e para os parâmetros indicados no capítulo 4, sendo B calculado pela Eq. (6).

A Figura 7 apresenta os resultados numéricos da elevação da superfície livre ao longo do tempo para $x=10.25$ m, 17.5 m e 20.5 m. Como se pode observar, à medida que a onda se propaga para zonas de menor profundidade dá-se transformação da forma da onda. A elevação da superfície livre toma ao princípio uma forma sinusoidal, que se vai perdendo à medida que a onda se propaga ao longo do domínio. As cristas tornam-se aguçadas e as cavas mais achatadas. A rebentação ocorre aproximadamente entre $x=17$ m e $x=18$ m. Verifica-se também a ocorrência de harmónicas à medida que a onda se propaga para zonas de menor profundidade.

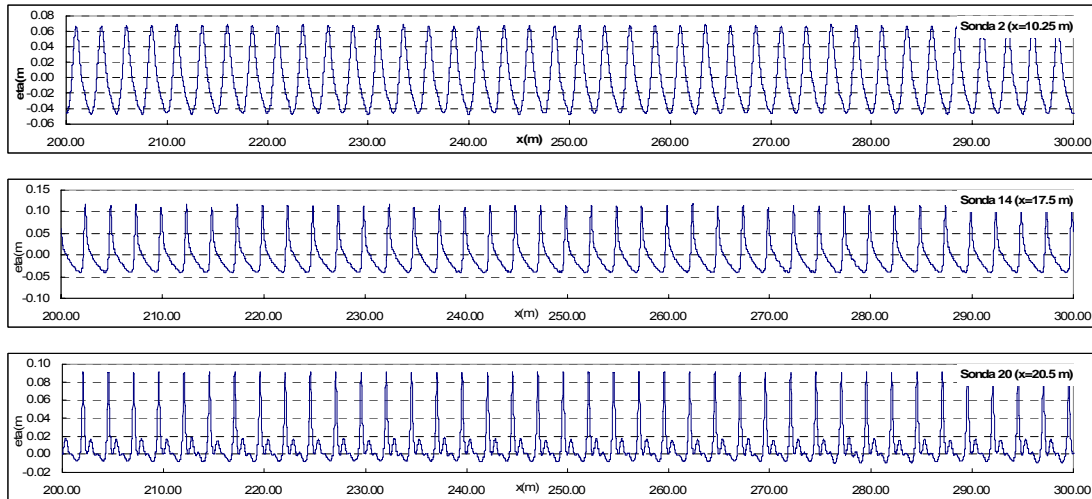


Figura 7: FUNWAVE: Elevação da superfície livre ao longo do tempo para as sondas $x=10.25$ m, $x=17.5$ m e $x=20.5$ m. Caso de teste: $T=2.5$ s e $H=0.08$ m.

Na Figura 8 apresenta a elevação da superfície livre ao longo do domínio para os instantes de tempo $t=50$ s e 300 s. Observa-se também claramente o empolamento e a perda da forma sinusoidal à medida que a onda se propaga no domínio, resultante dos efeitos não lineares.

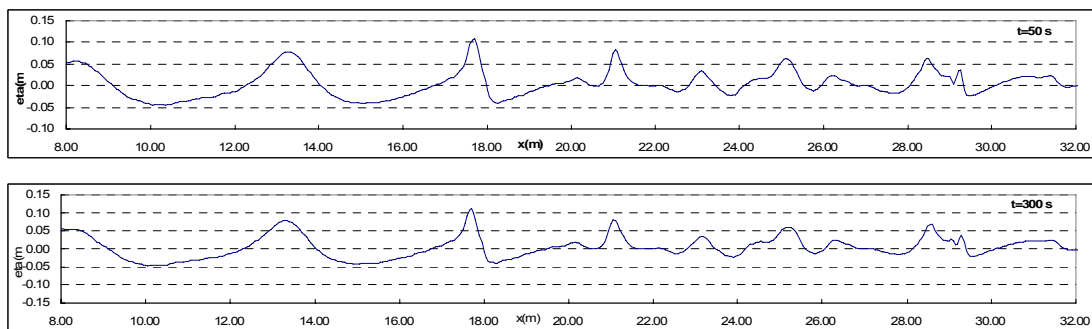


Figura 8: FUNWAVE: Elevação da superfície livre ao longo do domínio para $t=50$ s e $t=300$ s. Caso de teste: $T=2.5$ s e $H=0.08$ m.

Na Figura 9 apresentam-se os valores da altura média quadrática que caracterizam as séries (numérica e experimental) de valores da elevação da superfície da água.

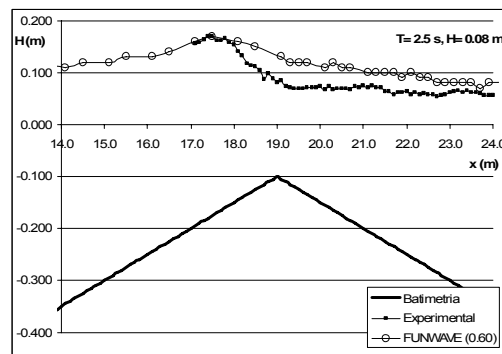


Figura 9: Valores numéricos (FUNWAVE) e experimentais da altura média quadrática ao longo do domínio. Caso de teste: $T=2.5$ s e $H=0.08$ m.

Na Figura 9 observa-se que o valor da altura de onda significativa obtida com o modelo numérico é semelhante à correspondente dos resultados experimentais até à zona da rebentação. O modelo simula o aumento da altura de onda H_{rms} à medida que a

profundidade diminui, a ocorrência de rebentação em $x \sim 17.5$ m e o decréscimo de H_{rms} depois desta rebentação. O início da rebentação é determinado correctamente pelo modelo numérico (desde que se acerte no parâmetro C_{bkv}).

No entanto, as diferenças acentuam-se depois da rebentação. Os valores de H_{rms} numéricos são superiores aos experimentais após a rebentação. Tal sugere que o modelo dissipa menos energia do que no caso dos ensaios experimentais. Verifica-se também que a dissipação de energia no modelo se dá de forma mais gradual, num percurso maior e com menos intensidade do que se verifica nos resultados experimentais. É de salientar que nestas experiências não foi considerada qualquer dissipação de energia por atrito de fundo o que pode contribuir também para estas diferenças.

5.3 Altura média quadrática de onda

Para os quatro casos de teste, calcularam-se os valores de altura média quadrática, considerando os diferentes valores de C_{bkv} da Tabela 2. Estes resultados são apresentados na Figura 10.

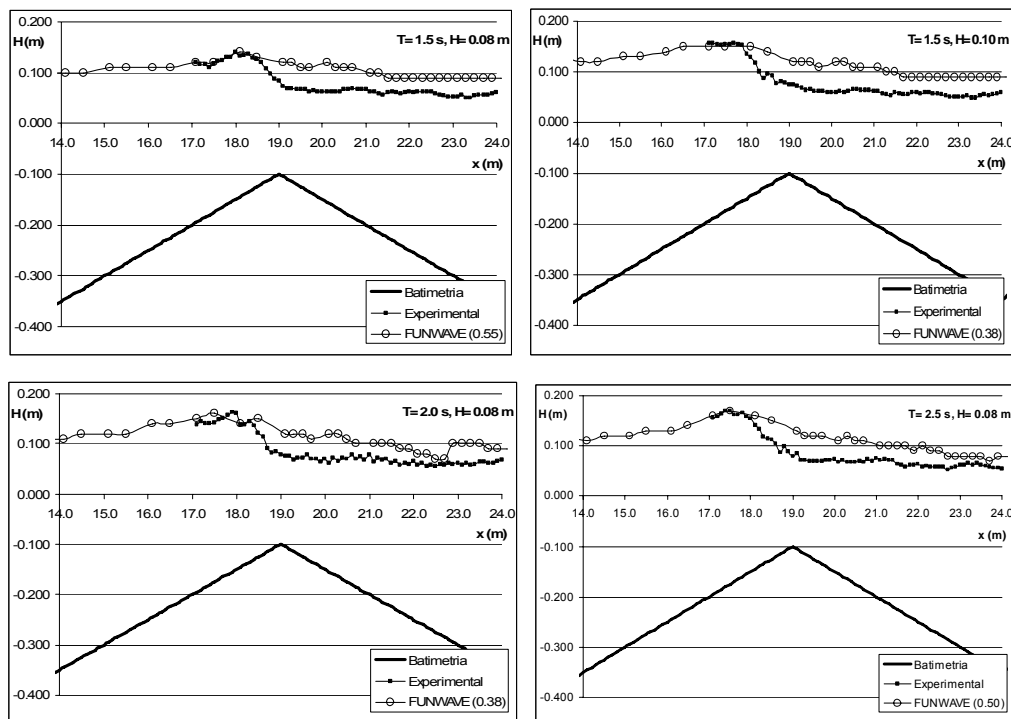


Figura 10: Valores numéricos e experimentais da altura de onda média quadrática. Casos de teste: a) $T=1.5$ s, $H=0.08$ m; b) $T=1.5$ s, $H=0.10$ m; c) $T=2.0$ s, $H=0.08$ m; d) $T=2.5$ s, $H=0.08$ m.

Da análise das figuras anteriores, verifica-se que, para todos os casos de teste, o comportamento do modelo é semelhante aos resultados experimentais. Com efeito, verifica-se que o modelo simula o aumento da altura de onda à medida que a profundidade diminui, a ocorrência de rebentação e o decréscimo de H_{rms} depois desta rebentação.

Em todos os casos de teste, as principais diferenças entre resultados numéricos e experimentais ocorrem após a rebentação. O modelo conduz a valores da altura de onda superiores aos valores experimentais. No modelo, a dissipação de energia é feita de forma gradual e num espaço superior ao que ocorre no caso experimental.

É de salientar a diferença dos valores de C_{bkv} adoptados entre os vários casos de teste, o que sugere a grande influência deste parâmetro nos resultados numéricos.

5.4 Análise da formulação de dissipação de energia no modelo FUNWAVE

Nesta secção, a análise da formulação de rebentação implementada no modelo FUNWAVE foi efectuada para o caso de teste $T=2.5$ s e $H=0.08$ m, segundo as várias alternativas descritas na secção 2.2. Efectuou-se primeiramente uma análise de sensibilidade aos parâmetros de C_{bkv} , C_{bke} e C_{brk} . Seguidamente, analisou-se o desempenho das várias formulações de dissipação de energia implementadas neste trabalho no modelo FUNWAVE.

5.4.1 Parâmetro C_{bkv} , C_{bke} e C_{brk}

Tal como foi explicado anteriormente, o processo de simulação da rebentação é efectuado mediante a inclusão de um termo de viscosidade local. No modelo FUNWAVE, os parâmetros que o utilizador pode modificar e que influenciam a rebentação das ondas são C_{bkv} , C_{bke} e C_{brk} (secção 2.2). O primeiro e o segundo estão relacionados com a determinação do início e do fim da rebentação das ondas e o último corresponde ao coeficiente associado à dimensão da camada de mistura, que normalmente tem o valor empírico de 1.2, e que está incluído na formulação da viscosidade turbulenta de Zelt (1991) como δ .

Mil-Homens *et al.* (2005) concluíram que a variação do parâmetro C_{brk} não introduz alterações nos resultados de H_{rms} , independentemente do caso de teste e que o valor 1.2 deve ser o adoptado. No presente trabalho também se efectuou cálculos com outros valores de C_{brk} mas a sua influência nos resultados numéricos era praticamente nula.

Quanto ao valor de C_{bkv} , aqueles autores verificaram que este tem influência nos resultados numéricos e que deve variar entre 0.25 e 0.65. Constataram também que à medida que aumenta este valor a rebentação efectua-se em profundidades cada vez menores.

Para o presente trabalho, tentou-se obter o valor de C_{bkv} que melhor se adapta aos testes experimentais para $T=2.5$ s e $H=0.08$ m. Na Figura 11 apresenta-se os resultados numéricos em termos de altura de onda para valores de C_{bkv} de 0.35, 0.40, 0.50 e 0.6.

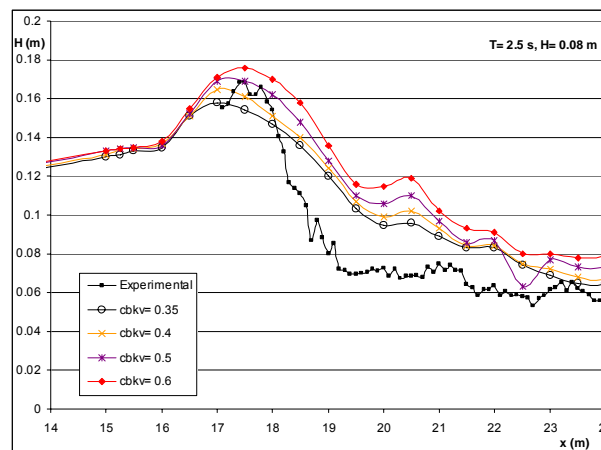


Figura 11: Variação de C_{bkv} . Valores numéricos e experimentais da altura de onda média quadrática. Caso de teste: $T=2.5$ s e $H=0.08$ m.

Da Figura 11, verifica-se que à medida que aumenta o valor de C_{bkv} , a rebentação ocorre em profundidades menores e os valores de H_{rms} após a rebentação são superiores, afastando-se mais significativamente dos valores experimentais. O valor de 0.50 para C_{bkv} foi o adoptado pois é o que conduz a resultados numéricos mais semelhantes aos experimentais, antes da rebentação e no início desta.

Quanto ao valor de C_{bke} , Kennedy *et al.* (2000) recomendam 0.15. No presente trabalho testaram-se os valores de 0.1, 0.15, 0.2, 0.3 e 0.4, Figura 12.

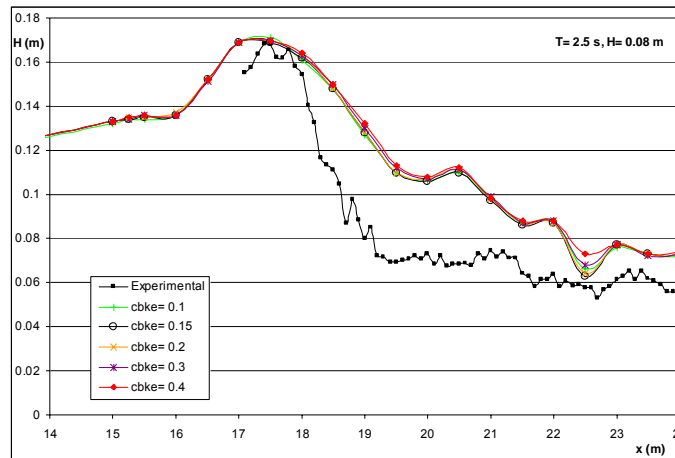


Figura 12: Variação de c_{bke} . Valores numéricos e experimentais da altura de onda média quadrática. Caso de teste: $T=2.5$ s e $H=0.08$ m.

Da Figura 12, verifica-se que a variação do valor de c_{bke} não altera praticamente os resultados do modelo em todo o domínio de cálculo, pelo que se deve continuar a considerar o valor de 0.15 conforme proposto por Kennedy *et al.* (2000).

5.5 Formulações de dissipação da energia por rebentação

Nesta secção analisa-se o desempenho das várias formulações adoptadas para B, ver secção 2.2, para o caso de teste $T=2.5$ m e $H=0.08$ m. As condições de cálculo são as indicadas no capítulo 4. Os valores c_{bv_k} , c_{bke} e c_{brk} são iguais a 0.5, 0.15 e 1.2, respectivamente.

Assim, primeiramente, analisou-se o aumento uniforme de B, multiplicando este parâmetro pelos valores de 1.5 e 2. Na Figura 13 apresentam-se os resultados numéricos e experimentais dos valores da altura de onda significativa ao longo do domínio, para esta situação.



Figura 13: Variação uniforme de B. Valores numéricos e experimentais da altura de onda média quadrática. Caso de teste: $T=2.5$ s e $H=0.08$ m.

Da figura anterior, verifica-se que o aumento uniforme de B apenas levou a um ligeiro aumento da dissipação de energia, principalmente na zona logo após a rebentação. No entanto, esse aumento não é significativo.

De modo a diminuir o tempo em que se verifica a passagem de $\eta^{(I)}$ para $\eta^{(F)}$, efectuaram-se cálculos com o modelo FUNWAVE considerando os seguintes valores de T^*

$5\sqrt{h/g}$, $2.5\sqrt{h/g}$ e $1.5\sqrt{h/g}$, Figura 14.

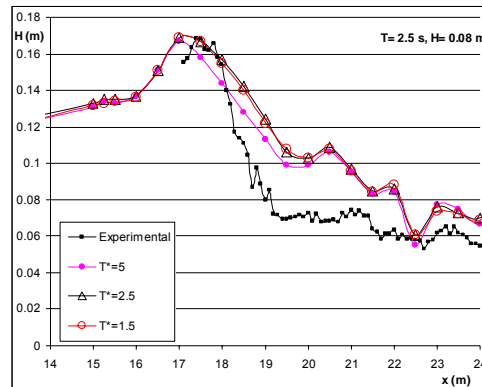


Figura 14: Variação do tempo de transição T^* . Valores numéricos e experimentais da altura de onda média quadrática. Caso de teste: $T=2.5$ s e $H=0.08$ m.

Da figura anterior, verifica-se que a diminuição do tempo de transição levou à modificação na posição de rebentação que se passou a verificar mais cedo (em profundidades maiores). Em consequência, também houve uma aproximação dos resultados numéricos aos resultados experimentais principalmente na zona logo após a rebentação. No entanto, como se verificou a modificação do ponto de rebentação, esta mudança do tempo de transição não trouxe vantagens significativas.

Finalmente, os resultados numéricos obtidos pela substituição da Eq. (6) pelas Eqs. (9) a (11) são apresentados na Figura 15. Estas expressões foram deduzidas no sentido de proporcionarem uma maior e mais rápida dissipação de energia na zona imediatamente após a rebentação (entre $x \sim 18$. e $x \sim 19$).

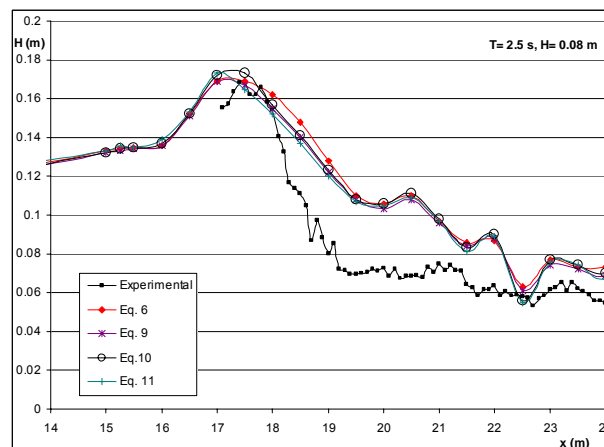


Figura 15: Variação da expressão de cálculo de B. Valores numéricos e experimentais da altura de onda média quadrática. Caso de teste: $T=2.5$ s e $H=0.08$ m.

Como se pode constatar da Figura 15, a expressão de B que conduz a resultados numéricos mais próximos dos resultados experimentais é a da Eq. (9). No entanto, as diferenças face aos resultados experimentais continuam a ser significativas. Com qualquer destas formulações, não foi possível dissipar significativamente a energia na zona entre $x \sim 18$ m e $x \sim 19$ m nem atingir o valor de $H=0.07$ m, como registado nos resultados experimentais.

6. CONCLUSÕES

Nesta comunicação, descreveram-se os estudos, em modelo físico e em modelo numérico efectuados para a análise do fenómeno da rebentação das ondas, que ocorre em fundos com perfis do tipo barra-fossa.



5^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária Lisboa, 11 e 12 de Outubro de 2007

O estudo em modelo físico, Okamoto *et al.* (2006), foi realizado no canal de ondas regulares do LNEC, numa batimetria de fundo do canal constituída por uma zona plana seguida de três rampas de inclinação 1:20, formando um perfil do tipo barra-fossa. Testaram-se períodos de onda de: 1.1, 1.5, 2.0, e 2.5 s e alturas de onda de 8, 10, 15, e 20 cm, medindo-se os valores da elevação da superfície livre e de velocidade ao longo do domínio. Com estes foi possível calcular a celeridade da onda (na cava e na crista) e a altura de onda relativa.

Os resultados numéricos, mostraram que antes do fim da rebentação, a altura de onda relativa decresce assintoticamente até $H/d = 0.4$, valor a partir do qual se mantém constante numa certa distância ($x \sim 0.8$), voltando a decrescer novamente para atingir o valor de 0.3 no fim da rebentação. A evolução da celeridade de onda apresenta também um comportamento semelhante: a celeridade diminui assintoticamente até um valor próximo de 110 cm/sec, mantêm-se nesse ponto antes do fim da rebentação (à volta de $x=0.9$) aumentando de seguida. A celeridade da onda apresenta valores inferiores aos teóricos na zona do fim da rebentação, quer a celeridade da crista quer da cava. Com efeito, o valor da celeridade é de 126 cm/s em média e a taxa relativa ao valor teórico é de 0.9 em média.

O estudo em modelo numérico foi efectuado com o modelo FUNWAVE (Kirby *et al.* (1998). para algumas das condições de ensaio de Okamoto *et al.* (2006). Analisou-se o desempenho do modelo na simulação da rebentação das ondas, por comparação entre resultados numéricos e experimentais.

A aplicação do modelo FUNWAVE a este caso de teste confirmou que o modelo simula de forma adequada a transformação não linear das ondas ao longo de um fundo do tipo barra fossa. De facto, no que respeita à elevação da superfície livre ao longo do tempo, os resultados numéricos reproduzem a transformação da forma da onda (cristas mais acentuadas e cavas mais achatadas) e a assimetria ao longo do domínio. Observa-se também claramente o empolamento, a rebentação e a perda da forma sinusoidal à medida que a onda se propaga no domínio, resultante de efeitos não lineares.

Em termos de altura de onda média quadrática, observa-se que os resultados numéricos são muito semelhantes aos experimentais, principalmente antes da rebentação. O modelo simula o aumento da altura de onda H_{rms} à medida que a profundidade diminui, a ocorrência de rebentação e o decréscimo de H_{rms} depois desta rebentação. O início da rebentação é determinado correctamente pelo modelo numérico. No entanto, o modelo sobre-estima o valor da altura de onda após a rebentação. Tal sugere que o modelo dissipa menos energia do que no caso dos ensaios experimentais. Verifica-se também que a dissipação de energia no modelo se dá de forma mais gradual e numa extensão maior do que se verifica com os resultados experimentais.

Para tentar melhorar este desempenho do modelo numérico foi efectuada uma análise de sensibilidade aos parâmetros C_{bkv} e C_{bke} que estão relacionados com o início e fim da rebentação e foram implementadas fórmulas de dissipação de energia para tentar diminuir as diferenças verificadas entre resultados numéricos e experimentais após a rebentação.

Confirmou-se tal como D' Alexandro *et al.* (2004), Vieira (2004) e Mil-Homens *et al.* (2005) que o modelo é sensível ao parâmetro $cbkv$ e que quanto maior for, a rebentação dar-se-á em profundidades menores sendo os valores de altura de onda mais elevados após esta ocorrer. Quanto ao parâmetro C_{bke} , a variação do seu valor não altera significativamente os resultados do modelo.

A utilização das várias formulações de dissipação de energia para B não contribuiu para uma melhoria significativa nos resultados numéricos. Verifica-se que, para qualquer dessas expressões de B, o modelo continua a dissipar menos energia e de forma menos concentrada do que nos resultados experimentais. Embora se possa ainda experimentar diversas variantes aos parâmetros da formulação de rebentação actualmente implementada no FUNWAVE (como por exemplo, no que respeita à forma do parâmetro B ou na determinação de η_t^* , etc.), considera-se mais adequado adoptar por uma reformulação ao modelo de rebentação. Como alternativa, pensa-se que será proveitoso implementar os



modelos de rebentação de Schaffer *et al.* (1993) ou de Svendsen *et al.* (1996) ou um outro modelo concebido de raiz.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Branca Branco pela ajuda nas figuras e revisão do texto. Os autores agradecem também à Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) pelo financiamento concedido através de projecto POCTI/CTA/48065/2002.

BIBLIOGRAFIA

- Basco, D. R., Okamoto, T. (2002) - *A New Wave Breaking Trigger Criteria for Phase-Resolving Numerical Models*. Proc. of 28th ICCE (Wales) ASCE, pp 319-331.
- Chen, Q., J.T. Kirby, R.A. Dalrymple, A.B. Kennedy, Chawla, A. (2000) - Boussinesq Modeling of Wave Transformation, Breaking, and Run-up. II:2D. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 126, No. 1, January/February, 44-56.
- Dally, R.D, R.G. Dean, Dalrymple, R.A. (1985) - Wave Height Variation Across Beaches of Arbitrary Profile, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 90, No. C6, 11,917-11,927.
- D'Alessandro, F., Fortes, C.J.E.M., Sancho, F. (2004) - *Validação do modelo FUNWAVE*. Congresso de Métodos Computacionais em Engenharia, Lisboa.
- Kennedy, A.B., Q. Chen, J.T. Kirby, Dalrymple, R.A. (2000) - Boussinesq Modeling of Wave Transformation, Breaking and Runup I: 1D. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, ASCE, Vol. 126, No. 1, January/February, 39-47.
- Kirby, J.T., G. Wei, Q. Chen, (1998) – FUNWAVE 1.0 Fully nonlinear Boussinesq wave model. Documentation and user's manual, UD, Newark, Rel. CACR 98 06, September.
- Okamoto, T., Basco, D.R. (2004) - *Experimental Verification of the Relative Trough Froude Number (RTFN) Method for Wave breaking for Boussinesq Models*. Proc. of 29th ICCE (Lisbon), ASCE, 357-369.
- Okamoto, T., Basco, D.R. (2006) - The Relative Trough Froude Number for Initiation of Wave Breaking: Theory, Experiments and Numerical Model Confirmation, *Coastal Engineering*, 53, 675-690.
- Okamoto, T., C. J. Fortes, Silva, L. G. (2006) - *Determination of the Bottom Slope Effect on the Wave Breaking Termination Condition for the Relative Trough Froude Number (RTFN) Method*. Coastlab06. Porto, Maio.
- Mil-Homens, J., Zózimo, A.C., Fortes, C.J.E.M., Pires-Silva, A. (2005) - *Comparação de modelos numéricos na simulação da propagação de ondas sobre um perfil de praia do tipo barra-fossa*. 4^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária. Angra do Heroísmo, 20 e 21 de Outubro.
- Schaffer, H.A., Madsen, P. A., Deigaard, R. A. (1993) A Boussinesq model for waves breaking in shallow water. *Coastal Engineering*, 20, 185-202.
- Svendsen, I.A., Yu, K., Veeramony, J. (1996) A Boussinesq breaking wave model with vorticity", Proc. of 25th ICCE, ASCE, 1192-1204.
- Vieira, F., (2004) - *Aplicação do modelo FUNWAVE na propagação de agitação marítima*. Relatório de estágio 226/04 - NPE, LNEC, Lisboa.
- Utku, M. (1999) - *The Relative Trough Froude Number: A New Wave Breaking Criteria*, Ph.D. Dissertation, Dept. of Civil and Environmental Engr., Old Dominion University, Norfolk, Virginia.



**5^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária
Lisboa, 11 e 12 de Outubro de 2007**

- Utku, M., Basco, D. R. (2002) - *A New Criteria for Wave Breaking Based on the Relative Trough Froude Number*, Proc. of 28th ICCE (Wales) ASCE, 258-268.
- Wei, G., Kirby, J.T. (1995) - Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations, *J. Waterways, Ports, Coastal and Ocean Eng.*, ASCE, pp. 251-261.
- Zelt, J. A. (1991) - The run-up of non-breaking and breaking solitary waves. *Coastal Engineering*, 15, 205-246.