



## COMPARAÇÃO DE DIFERENTES FÓRMULAS PARA O CÁLCULO DO TRANSPORTE SEDIMENTAR EM ONDAS ASSIMÉTRICAS

Paulo A. SILVA

Prof. Auxiliar, Departamento de Física – Universidade de Aveiro, Campus de Santiago, 3810-193 Aveiro, +351234370822, psilva@ua.pt

Tiago A. ABREU

Assistente 1<sup>o</sup> triénio, DEC-ESTV – Instituto Politécnico de Viseu, Campus de Repeses, 3504-510 Viseu, +351232480586, tabreu@dcivil.estv.ipv.pt;

Francisco P. SANCHO

Investigador Auxiliar, LNEC – DHA, Av. do Brasil, 101, 1700-066 Lisboa,  
+351218443664, fsancho@lnec.pt.

### Resumo

Nesta comunicação são apresentados e analisados os resultados da aplicação de diferentes formulações para o cálculo do transporte sedimentar (Drake e Calantoni, 2001, Nielsen, 2006 e Silva *et al.*, 2006) a um conjunto de dados experimentais relativo a escoamentos oscilatórios com aceleração assimétrica (Watanabe and Sato, 2004). Os modelos considerados descrevem o efeito da aceleração do escoamento no transporte sedimentar de diferentes modos. Os resultados obtidos ilustram que os modelos reproduzem a dependência da taxa de transporte com o aumento do coeficiente de assimetria da aceleração do escoamento.

### 1. Introdução

À medida que uma onda se propaga para a costa, a forma da superfície livre é modificada (ver figura 1): as cristas das ondas tornam-se mais pontiagudas (I) e o perfil da onda tende a pender na direcção de propagação da onda (adquirindo uma forma semelhante a uma onda em dente de serra) imediatamente antes e na zona de rebentação (II). O escoamento junto ao fundo, intimamente ligado à forma da superfície livre, traduz igualmente estas modificações: os valores máximos da velocidade associados à crista são superiores aos correspondentes na cava da onda e a aceleração apresenta valores consideráveis, quando a velocidade cresce rapidamente desde um valor extremo negativo, na cava, até ao valor extremo positivo, na crista. Assim, a velocidade e a aceleração do escoamento oscilatório junto ao fundo apresentam assimetrias.

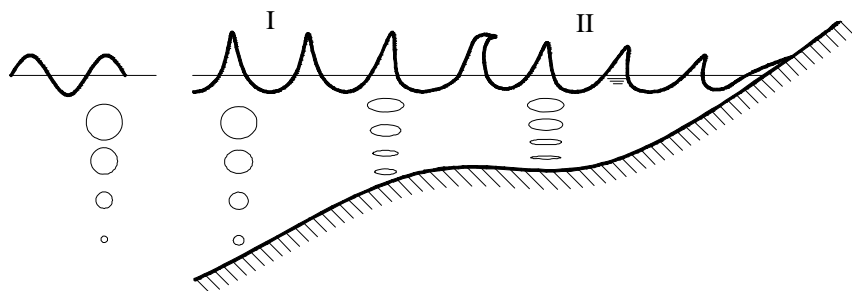


Figura 1 – Propagação da agitação em direcção à costa.

A assimetria da velocidade orbital é, desde há muito tempo, reconhecida como importante para o transporte sedimentar. A fórmula de Bailard (1981), por exemplo, calcula explicitamente a taxa de transporte em função de  $\overline{u^3}$ , onde a barra horizontal denota uma média no ciclo da onda. Recentemente, foi reconhecido que a assimetria da aceleração desempenha também um papel importante no transporte sedimentar. Durante a fase da onda em que ocorrem valores elevados da aceleração do escoamento, geram-se gradientes de pressão significativos que actuam nas partículas de sedimento. Colocou-se assim a hipótese que devido a este efeito haverá uma maior quantidade de sedimento a ser transportado na direcção de propagação da onda. Desta forma, têm sido propostas correcções à fórmula de Bailard (Drake e Calantoni, 2001) e outras formulações que incluem este processo (entre outros, Watanabe and Sato, 2004; Nielsen, 2006; Silva *et al.*, 2006).

Existem poucos resultados experimentais que tenham analisado apenas o efeito da assimetria da aceleração de um escoamento oscilatório no transporte sedimentar. Neste âmbito, exemplificam-se, as experiências de King (1991) e as de Watanabe & Sato (2004). Ambas foram realizadas em túneis de ondas. A aplicação de modelos numéricos à evolução de perfis de praia (Hoefel & Elgar, 2003) mostrou que a inclusão deste processo em modelos de transporte era determinante para reproduzir correctamente a migração das barras litorais para a costa. Contudo, o trabalho de Hsu *et al.* (2006) mostra que outros modelos reproduzem igualmente bem a evolução morfológica de uma praia, pelo que existirão outros processos tão importantes quanto este. Actualmente, encontra-se em fase de preparação um projecto de investigação que irá decorrer no túnel de ondas do WL|Delft Hydraulics com o objectivo de obter um conjunto de dados detalhados para escoamentos oscilatórios com acelerações assimétricas que estabeleça, com mais fundamento, a importância das acelerações no processo do transporte sedimentar.

Na secção 2 deste artigo são apresentados os resultados experimentais de Watanabe & Sato (2004). Na secção 3 são descritas as formulações de Drake e Calantoni (2001), Nielsen (2006) e Silva *et al.* (2006). Na secção 4 são apresentados os resultados da aplicação destas formulações ao conjunto de dados referido, sendo efectuada uma análise comparativa dos mesmos.

## 2. Resultados experimentais de Watanabe & Sato (2004)

Watanabe & Sato (2004) efectuaram um conjunto de experiências no túnel de água oscilante da Universidade de Tóquio com o objectivo de estabelecer a influência da assimetria da aceleração do escoamento no transporte sedimentar. A figura 2 representa um exemplo da série temporal da velocidade do escoamento considerada. Representa-se também a aceleração correspondente.

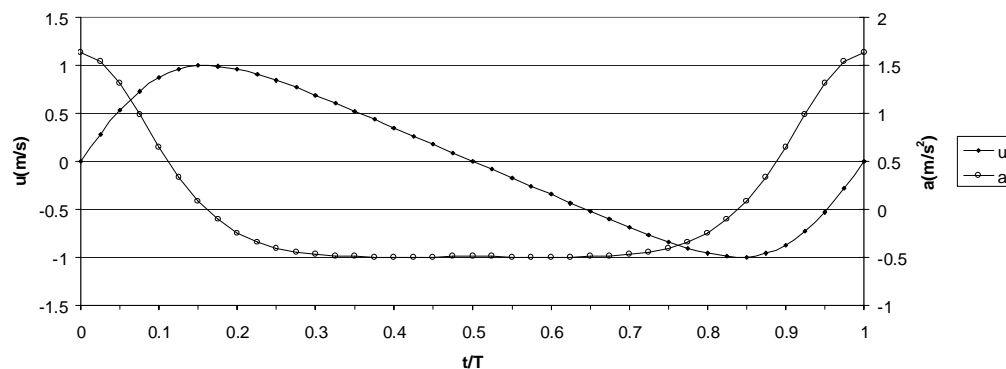
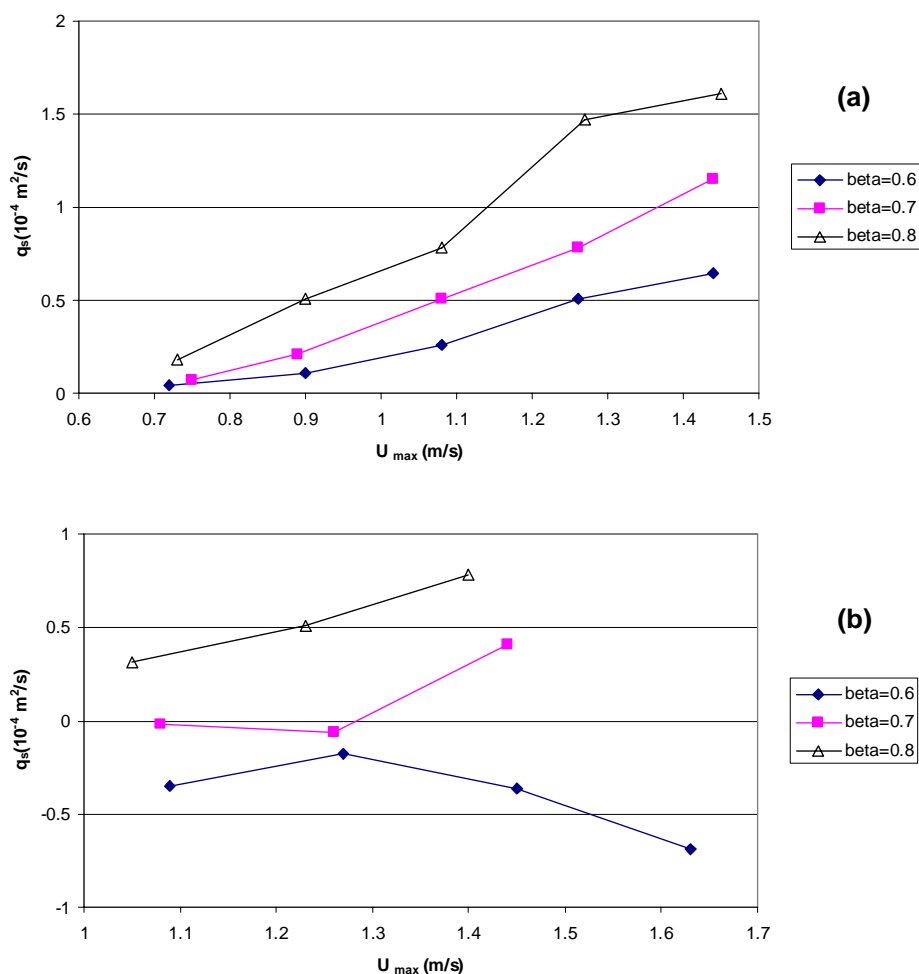


Figura 2 – Variação temporal da velocidade e da aceleração do escoamento ( $\beta=0.8$ ).

Foram efectuados 52 testes no total correspondentes a diferentes valores da assimetria da aceleração ( $\beta = \frac{\dot{u}_{\max}}{\dot{u}_{\max} - \dot{u}_{\min}} = 0.6; 0.7; 0.8$ ), da amplitude da velocidade orbital ( $u_{\max} = 0.71 - 1.6$  m/s) e do período da oscilação ( $T = 3; 5$  s). A dimensão mediana do grão de sedimento ( $d_{50}$ ) considerada foi de 0.2 mm e de 0.74 mm, correspondente a areias finas e grosseiras, respectivamente. Os testes experimentais decorreram em condições de fundo plano (*sheet flow*). Nalguns testes sobrepôs-se uma corrente média com sentido contrário ao da propagação da onda, representativa das correntes de retorno (*undertow*):  $U = -0.1; -0.2$  m/s. Este conjunto de dados é único na medida em que o transporte de sedimentos é resultado da assimetria da aceleração. Note-se que durante um ciclo da onda os valores extremos da velocidade do escoamento são idênticos (ver figura 2), logo  $\overline{u^3} = 0$ ; contudo  $\overline{\dot{u}^3} \neq 0$ . As figuras 3 e 4 mostram os valores da taxa de transporte média num ciclo da oscilação ( $q_s$ ) em função da velocidade máxima do escoamento e da assimetria da aceleração ( $\beta$ ).



**Figura 3** – Valores experimentais de  $q_s$  em função da velocidade máxima da escoamento e para diferentes valores de  $\beta$ : (a)  $U = 0$ ,  $T=3.0$  s,  $d_{50}=0.2$  mm (b)  $U = -0.2$  m/s,  $T=3.0$  s,  $d_{50}=0.2$  mm.

A análise das figuras mostra que:

(i) na ausência de corrente média, os valores da taxa de transporte são positivos (no sentido de propagação da onda) e aumentam com a assimetria da onda e com a velocidade orbital;



(ii) a sobreposição de uma corrente média com sentido oposto ao da propagação da onda conduz a valores negativos da taxa de transporte, isto é, para o largo. Contudo, para os testes realizados com  $\beta=0.7$  e  $0.8$ , verifica-se que a influência da assimetria da aceleração da onda contrabalança o transporte associado à corrente média e conduz a valores positivos da taxa de transporte, isto é, no sentido contrário ao da corrente média.

### 3. Fórmulas para o cálculo do transporte sedimentar

Os efeitos da aceleração do escoamento têm sido incorporados em diferentes fórmulas de transporte existentes. Uma das formas de o fazer consiste em calcular a taxa de transporte em função da intensidade da velocidade do escoamento oscilatório acima da camada limite de fundo,  $u$ , ou em termos de  $\overline{u^3}$ , e fazendo intervir um parâmetro que quantifica a assimetria da aceleração do escoamento durante o ciclo da onda (Drake & Calantoni, 2001). Em outras formulações, o transporte de sedimentos é calculado a partir da tensão de atrito no fundo ou do parâmetro de Shields. Nestes casos, o valor de  $\tau_0$  é modificado de forma a ter em conta este efeito (Nielsen, 2006; Silva *et al.*, 2006).

#### 3.1 Drake & Calantoni (2001)

Drake & Calantoni (2001) modificaram a formulação de Bailard (1981) de modo a considerar o efeito da assimetria da aceleração. A taxa de transporte por arrastamento, na ausência de correntes médias e para um fundo plano e horizontal, pode ser escrita como:

$$q_b = k \overline{u^3} + q_{ba} \quad (1)$$

sendo

$$q_{ba} = \begin{cases} K_a (a_{spike} - a_{cr}) & , a_{spike} > a_{cr} \\ 0 & , a_{spike} < a_{cr} \end{cases} \quad (2)$$

Nas Equações (1) e (2)  $a_{cr}$  representa o valor crítico da aceleração a partir do qual existe transporte,  $K_a$  é uma constante e  $a_{spike}$  é dada pela seguinte expressão:

$$a_{spike} = \frac{\overline{\dot{u}^3}}{\overline{\dot{u}^2}} \quad (3)$$

Os valores de  $a_{cr}$  e de  $K_a$  foram determinados por ajuste a um conjunto de resultados experimentais ( $K_a = 2.64 \times 10^{-5}$  ms e  $a_{cr} = 1$  m/s<sup>2</sup>). A formulação de Hoefel e Elgar (2003) é idêntica à anterior diferindo apenas nos valores de  $K_a$  e de  $a_{cr}$  considerados ( $1.4 \times 10^{-4}$  ms e  $0.2$  m/s<sup>2</sup>, respectivamente).

#### 3.2 Nielsen (2006)

Nielsen (2006) considera uma “velocidade mobilizadora do sedimento”,  $u_\theta(t)$ , que é composta por duas componentes: uma relativa à força do gradiente de pressão do escoamento, que é função da aceleração do escoamento, e outra relativa à força de atrito que o escoamento exerce sobre o fundo:

$$u_\theta(t) = \left( \cos(\varphi_t) u + \frac{1}{\omega} \sin(\varphi_t) \dot{u} \right) \quad (4)$$

Os valores de  $\varphi_t$  são determinados por ajuste com resultados experimentais.  $\omega$  representa a frequência angular do escoamento oscilatório. Os valores da taxa de transporte são calculados a partir da fórmula de Meyer-Peter- Müller:

$$\frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd_{50}^3}} = 12[\theta(t) - 0.05]\theta(t)^{1/2} \frac{u_\theta(t)}{|u_\theta(t)|} \quad (5)$$



Na equação anterior, os valores do parâmetro de Shields,  $\theta$ , são determinados a partir de  $u_\theta$  pelo que contém informação da assimetria da aceleração do escoamento:

$$\theta(t) = \frac{0.5 f_{2.5} u_\theta^2}{(s-1)gd_{50}} \quad (6)$$

onde  $f_{2.5}$  representa o factor de atrito.

### 3.3 Silva *et al.* (2006)

Silva *et al.* (2006) desenvolveram um modelo semi-não estacionário para calcular a taxa de transporte de sedimentos. A taxa média de transporte de sedimentos num ciclo da oscilação com período  $T$  é calculada integrando o transporte em cada meio ciclo da oscilação, com durações  $T_c$  e  $T_t$ , e tomando posteriormente a diferença entre as quantidades calculadas:

$$\frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd_{50}^3}} = \alpha |\Gamma|^\beta \frac{\Gamma}{|\Gamma|} \quad (7)$$

sendo

$$\Gamma = \frac{u_c T_c (\Omega_c^3 + \Omega_t'^3) - u_t T_t (\Omega_t^3 + \Omega_c'^3)}{u_c T_c + u_t T_t} \quad (8)$$

A quantidade de sedimentos transportados na direcção positiva tem duas contribuições: uma refere-se à quantidade de sedimento que foi mobilizado, transportado e depositado durante o primeiro meio ciclo da oscilação ( $0 < t < T_c$ ) -  $\Omega_c$  (o índice c refere-se à crista); a outra refere-se à quantidade de sedimento que tendo sido mobilizado durante o meio ciclo da oscilação precedente ( $-T_t < t < 0$ ) não chegou a depositar-se sendo agora transportado no sentido de propagação da onda -  $\Omega_t'$  (o índice t refere-se à cava). O mesmo raciocínio aplica-se para a quantidade de sedimento transportado na direcção negativa (segundo meio ciclo da oscilação): as duas contribuições são, neste caso, representadas pelas grandezas  $\Omega_t$  e  $\Omega_c'$ . Este comportamento é expresso pela grandeza  $\Gamma$ , a partir da qual se irá calcular o transporte sedimentar (Equação (7)).

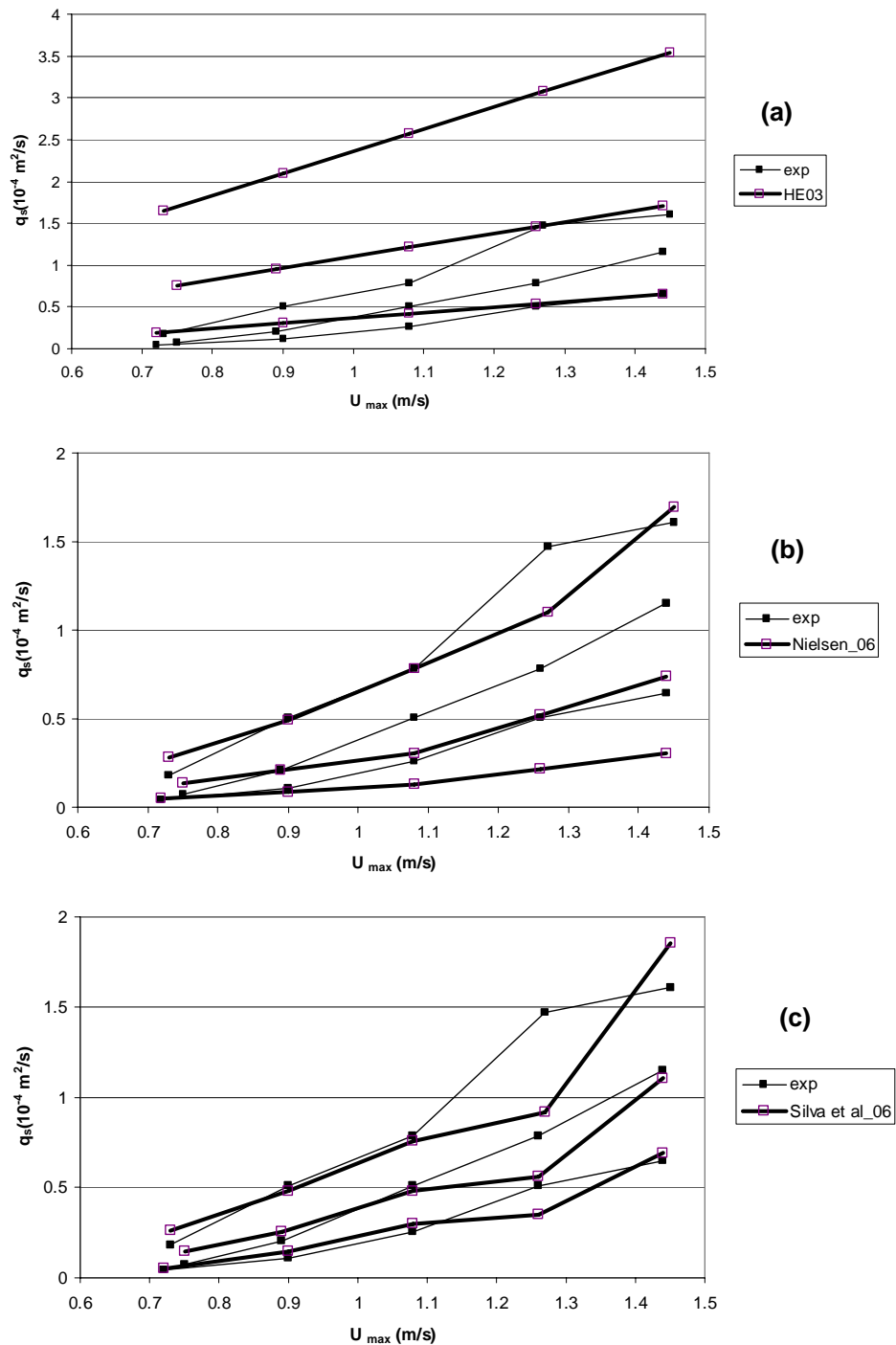
Na Equação (8),  $u_c$  e  $u_t$  representam as amplitudes da velocidade equivalente sinusoidal para o meio ciclo de onda positivo e negativo do perfil da velocidade, respectivamente.

Os valores de  $\Omega_c$  e  $\Omega_t$  são calculados em função do parâmetro de Shields, fazendo intervir as velocidades equivalentes na Equação (6). A assimetria da aceleração durante o ciclo da onda é traduzida através da tensão de atrito junto ao fundo que é calculada para cada meio ciclo da onda a partir da fórmula de Swart (1974).

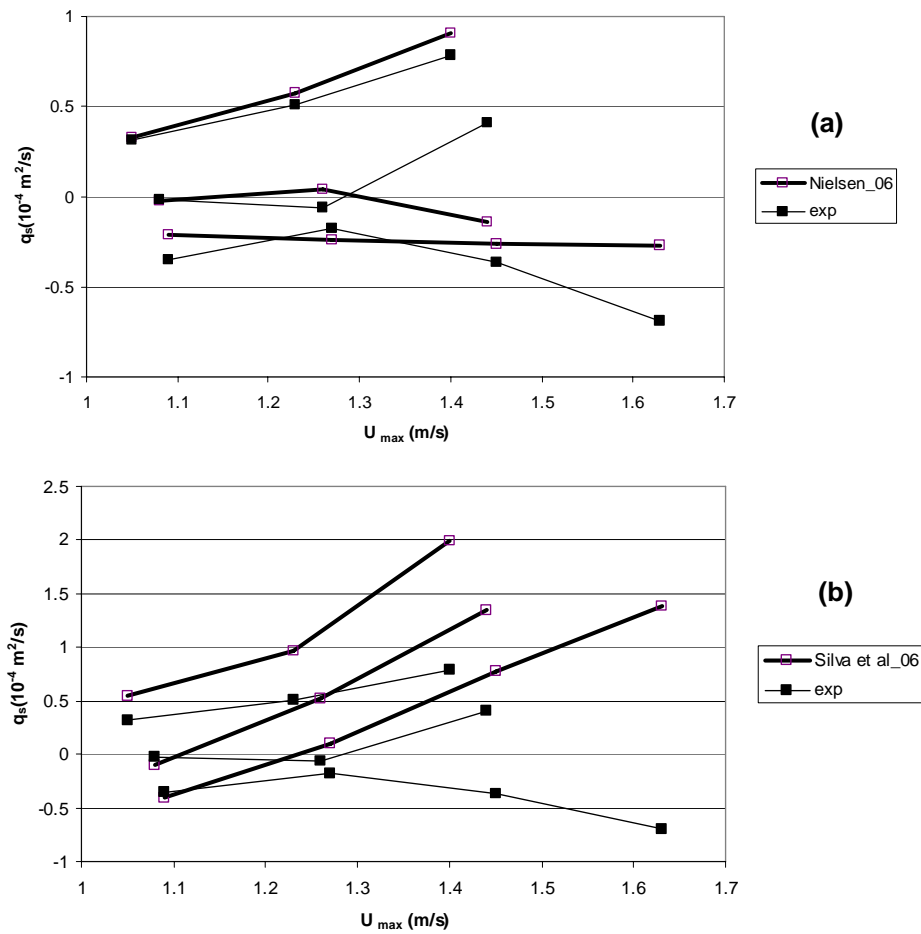
Os valores das constantes  $\alpha$  e  $\beta$  na Equação (7) foram determinados por ajuste com um conjunto de dados experimentais extenso (Silva *et al.*, 2006). Mais detalhes sobre este modelo podem ser encontrados nesse artigo.

## 4. Comparação dos resultados experimentais com os resultados numéricos

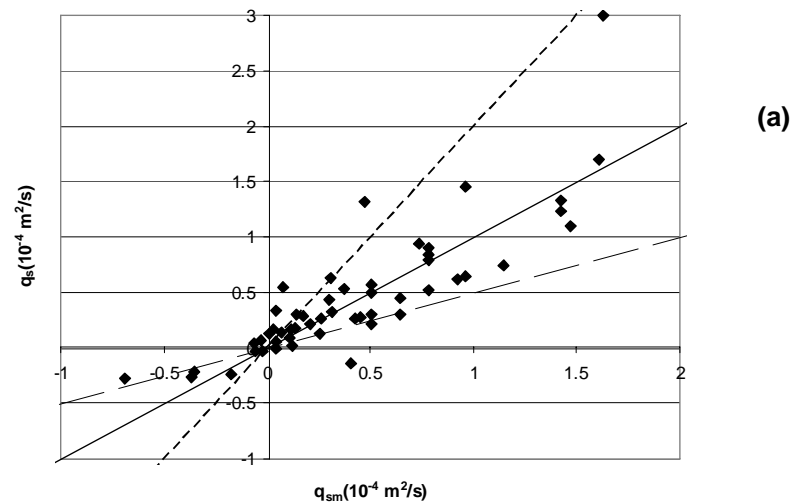
As figuras 4-6 comparam as soluções numéricas, obtidas com os modelos anteriormente apresentados, com os resultados experimentais de Watanabe & Sato (2004). A figura 4 refere-se às condições experimentais com onda sendo  $T = 3.0$  s,  $d_{50} = 0.2$  mm. A figura 5 compara os resultados para as condições onda e corrente. Finalmente na figura 6, compara-se os resultados para o conjunto completo de condições experimentais (52 testes). Nesta última figura, a linha a contínuo representa o acordo perfeito entre os valores calculados e experimentais. Os pontos localizados entre as duas linhas a tracejado, encontram-se dentro de um factor de 2, isto é, são maiores do que metade dos valores experimentais e inferiores ao dobro dos valores experimentais.



**Figura 4** – Comparação entre os valores experimentais da taxa de transporte num ciclo da onda com os valores calculados através dos modelos de: (a) Hoefel & Elgar (2003); (b) Nielsen (2006); (c) Silva *et al.* (2006).  $U = 0$ ,  $T = 3.0$  s,  $d_{50} = 0.2$  mm.



**Figura 5** – Comparação entre os valores experimentais da taxa de transporte num ciclo da onda com os valores calculados através dos modelos de: (a) Nielsen (2006); (b) Silva *et al.* (2006).  $U = -0.20 \text{ m/s}$ ,  $T = 3.0 \text{ s}$ ,  $d_{50} = 0.2 \text{ mm}$ .



**Figura 6** – Comparação entre os valores experimentais da taxa de transporte num ciclo da onda com os valores calculados através dos modelos de: (a) Nielsen (2006); (b) Silva *et al.* (2006) (para todas as condições experimentais de Watanabe & Sato, 2004).



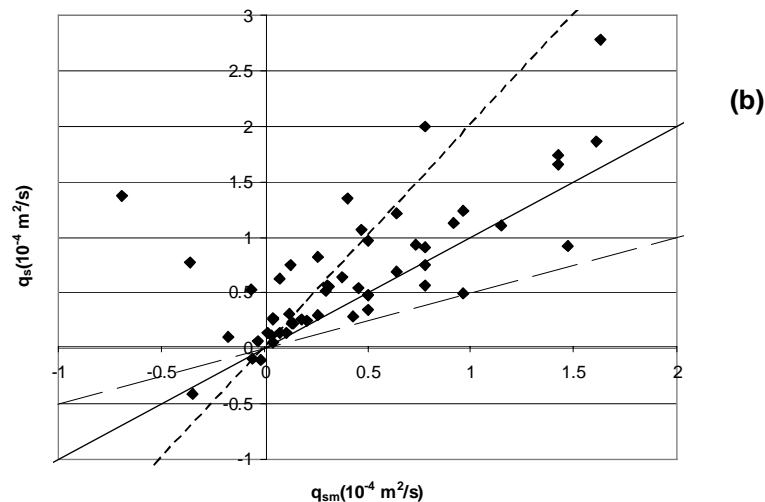


Figura 6 – (Cont.)

As figuras 4-6 ilustram que os diferentes modelos considerados conseguem descrever o aumento da taxa de transporte com a assimetria da aceleração da onda e com a velocidade orbital. Os valores calculados que melhor reproduzem a tendência dos valores experimentais são os do modelo de Silva *et al.* (2006). Para o caso das condições onda com corrente é, no entanto, o modelo de Nielsen (2006) que melhor reproduz os valores experimentais, nomeadamente para os testes em que o factor de assimetria é menor ( $\beta=0.6$ ). Exceptuando estes casos, os modelos de Silva *et al.* (2006) e Nielsen (2006) apresentam resultados muito semelhantes como se verifica na figura 6.

## 5. Conclusões

No presente trabalho foram apresentados diferentes modelos que incorporam os efeitos da aceleração do escoamento no cálculo do transporte sedimentar.

Os resultados destes modelos foram comparados com um conjunto de resultados experimentais em que o transporte apenas está associado à assimetria das acelerações do escoamento oscilatório. Os resultados obtidos mostram que os modelos considerados conseguem descrever o aumento da taxa de transporte com a assimetria da aceleração da onda.

Para as condições experimentais em que coexiste uma corrente média negativa, observa-se que o transporte nem sempre se processa nessa direcção. Para algumas condições experimentais, com valores mais elevados da assimetria da aceleração, observa-se que o transporte médio se processa no sentido contrário ao da corrente. Nestes casos, o modelo de Nielsen (2006) reproduz adequadamente o sentido do transporte. O modelo de Silva *et al.* (2006) sobreavalia o transporte *onshore* (na direcção de propagação da onda) e conduz nalguns casos a uma inversão do transporte. Este facto está relacionado com o mecanismo de interacção de sedimentos entre os dois meios ciclos da oscilação que, aparentemente, não se encontra bem calibrado para as referidas condições.

Os aspectos referidos poderão ser determinantes para explicar a migração das barras litorais para a costa em condições de fraca agitação marítima. Porém, é necessário avaliar com mais profundidade a importância das acelerações do escoamento (gradientes de pressão) no transporte sedimentar e generalizar os resultados experimentais descritos a condições mais próximas da natureza, nomeadamente, considerando maiores períodos da onda. Este estudo irá ser efectuado brevemente no âmbito de um projecto europeu (Silva *et al.*, 2007).

## Referências

Bailard, J.A., 1981. An energetic total load sediment transport model for a plane sloping beach, *J. Geophys. Res.*, 86 (C11), 10938-54.





**5<sup>as</sup> Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária  
Lisboa, 11 e 12 de Outubro de 2007**

- Drake, T.G. & Calantoni, J., 2001. . Discrete particle model for sheet flow sediment transport in the nearshore, *J. Geophysical Research. - Oceans* 106 (C9), pp. 19859-19868.
- King, B., 1991. Studies in oscillatory flow bed load sediment transport. PhD thesis, University of California, San Diego.
- Hoefel, F. & Elgar, S. 2003. Wave induced sediment transport and sand bar migration, *Science* 299:1855-1887.
- Nielsen, P. 2006. Sheet flow sediment transport under waves with acceleration skewness and boundary layer streaming. *Coastal Engineering*, Vol. 53, Issue 9: 749-758.
- Silva, P.A., A. Temperville, F. Seabra-Santos (2006) – “Sand transport under combined current and wave conditions: a semi-unsteady, practical model. *Coastal Engineering*, 53, 897-913.
- Silva.P.A., Abreu, T., Freire,P., Kikkert, G., Michallet, H., O'Donoghue,T., Plecha, S., Ribberink,J., Ruessink,G., Sancho,F., Steenhauer,K., Temperville,A., Van der A, D., Van der Werf, J., 2007. Measurements of sand transport induced by acceleration-skewed waves and currents, 31 Int. Conf. on Coastal Engineering (abstract submetido)
- Swart, D.H., 1974. Offshore sediment transport and equilibrium beach profiles, Delft Hydr. Lab., Publ. n<sup>o</sup> 131, Delft Hydraulics, The Netherlands.
- Watanabe, A. & Sato, S., 2004. A sheet-flow transport rate formula for asymmetric, forward-leaning waves and currents. Proc. 29th Int. Conf. on Coastal Eng., 1703-14.