

# ESTUDO DO COMPORTAMENTO HIDRÁULICO DE ESTRUTURAS MARÍTIMAS COM ONDAS LONGAS. PARTE I

T. C. A. Oliveira<sup>1</sup>, A. Sanchez-Arcilla<sup>1</sup>, X. Gironella<sup>1</sup>,

<sup>1</sup>Laboratori d'Enginyeria Marítima (LIM), Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), c/Jordi Girona 1-3, Campus Nord ed. D1, 08034 Barcelona, e-mail: tiago.oliveira@upc.edu

## RESUMO

Neste trabalho é implementado e validado a geração de ondas longas num canal numérico de ondas. Funções de transferências utilizadas em canais físicos para gerar ondas longas de forma constante são aplicadas com sucesso a um canal numérico baseado no método PFEM. Resultados de ensaios em canal físico são utilizados para validar a geração de ondas “espúrias” no canal numérico aquando da utilização de uma função de transferência baseada na teoria linear de onda. Os resultados obtidos indicam que as teorias de geração implementadas permitem poder abordar de forma correta a simulação da interação entre ondas regulares longas e estruturas marítimas num canal numérico baseado no método PFEM.

## 1 INTRODUÇÃO

O estudo da estabilidade ou funcionalidade hidráulica de estruturas marítimas, tanto em canais físicos como numéricos de ondas, normalmente implica a simulação de condições de agitação extremas em águas intermédias ou pouco profundas (com altos valores de número de Ursell  $HL^2/h^3$ ) que não são reproduzidas corretamente pela teoria linear de ondas.

Quando se simulam este tipo de ondas usando a teoria de geração de ondas regulares de primeira ordem não é possível obter ao longo de um canal de fundo plano uma altura de onda constante. Este facto é devido à presença de ondas “espúrias” geradas pelo batedor e que se propagam a uma velocidade diferente da velocidade da onda principal gerada pelo batedor.

Para poder gerar corretamente ondas longas num canal numérico de ondas podem-se implementar as teorias de geração de ondas de segunda ordem de Madsen (1971) e a teoria de geração de ondas conoidal proposta por Goring e Raichlen (1980) que são utilizadas com eficácia em canais físicos para gerar ondas longas.

O trabalho aqui apresentado é a primeira parte de uma trabalho de investigação que tem como objetivo permitir o correto estudo numérico da interação entre ondas longas e estruturas marítimas. Para atingir este objetivo neste trabalho efetua-se:

- A validação da geração de ondas não desejadas aquando da geração de ondas regulares longas num canal numérico utilizando uma teoria de geração sinusoidal.
- Implementação das teorias de geração de ondas regulares de Madsen (1971) e Goring e Raichlen (1980) no canal numérico.
- Avaliação da eficácia das teorias implementadas na geração de ondas longas no canal numérico.

A estrutura deste artigo é a seguinte; no capítulo 2 faz-se uma descrição teórica das teorias de geração de ondas desenvolvidas para os canais físicos que se aplicam neste estudo a um canal numérico por forma a proporcionar a correta geração de ondas longas. No capítulo 3 faz-se uma breve descrição do modelo numérico utilizado neste trabalho. No capítulo 4 descrevem-se os ensaios em modelo físicos executados com o objetivo de obter dados para validar o canal numérico. No capítulo 5 apresentam-se os resultados obtidos experimentalmente e numericamente. No capítulo 6 apresentam-se as principais conclusões.

## 2 GERAÇÃO DE ONDAS LONGAS

O perfil da superfície livre de uma onda sinusoidal em função de uma distancia  $x$  e tempo  $t$  é dado por:

$$\eta = a \cos\left(\frac{2\pi}{L}x - \frac{2\pi}{T}t\right)$$

Onda  $a$  é a amplitude da onda,  $L$  é o comprimento de onda e  $T$  o período da onda.

A teoria de geração de ondas de primeira ordem pode ser utilizada para gerar ondas sinusoidais simples num canal. Para um batedor tipo pistão o movimento do batedor pode ser obtido por:

$$X_0(t) = 2a \left( \frac{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h}{8 \sinh^2 k_0 h} \right) \sin wt$$

Onde  $k_0$  é o número de onda ( $k_0 = 2\pi/L$ ) e  $w$  frequência angular ( $w = 2\pi/T$ ),  $h$  é a profundidade em frente ao batedor.

Segundo Madsen (1971) em termos físicos as ondas periódicas geradas por um batedor que se move de forma sinusoidal pode ser expressa por:

- (1) Um primeiro harmónico, sendo este uma onda linear de amplitude  $a$  e número de onda  $k_0$
- (2) Um segundo harmónico acoplado ao primeiro harmónico de amplitude  $a_p^{(2)}$  e número de onda  $k_0$
- (3) Um segundo harmónico livre de pequena amplitude  $a_L^{(2)}$  e número de onda  $k$

E a elevação da superfície livre num ponto fixo  $x$  pode ser expressa por:

$$\eta = \eta^{(1)} + \eta_p^{(2)} + \eta_L^{(2)} = -a \sin(k_0 x - wt) - a_p^{(2)} \cos 2(k_0 x - wt) + a_L^{(2)} \cos(kx - 2wt)$$

A amplitude da onda de primeira ordem,  $a$ , está relacionada com a amplitude do movimento do batedor,  $\xi_0$ , através de:

$$a = \xi_0 \frac{\tanh k_0 h}{n_1}$$
$$n_1 = \frac{C_g}{c} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2k_0 h}{\sinh 2k_0 h} \right)$$

A relação entre as amplitudes do segundo e do terceiro harmónico  $a_p^{(2)}/a$  é claramente uma medida do grau de importância da solução de Stokes de segunda ordem para uma onda progressiva. Para ondas longas esta relação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{a_p^{(2)}}{a} = \frac{3}{16\pi^3} \frac{aL^2}{h^3}$$

A amplitude do segundo harmónico livre é dado por:

$$a_L^{(2)} = \frac{1}{2} a^2 \frac{\coth k_0 h}{h} \left( \frac{3}{4 \sinh^2 k_0 h} - \frac{n_1}{2} \right) \frac{\tanh kh}{n_2}$$

$$n_2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)$$

Para um batedor tipo pistão o segundo harmónico livre pode ser eliminado quando o movimento do batedor é dado por:

$$X_0(t) = H \left( \frac{\sinh 2k_0 h + 2kh}{8 \sinh^2 k_0 h} \right) \sin wt + \frac{H^2}{32h} \left( \frac{3 \cosh k_0 h}{\sinh^3 kh} - \frac{\sinh 2kh + 2kh}{2 \sinh^2 kh} \right) \sin 2wt$$

desta forma as ondas geradas devem ser puramente progressivas e de forma constante.

De acordo com Madsen (1971) para uma aproximação de segunda ordem ser precisa devemos ter  $\sigma_0 = \frac{aL^2}{h^3} \ll \frac{16}{3} \pi^2$  e pode ser demonstrado que quando  $a_p^{(2)}/a > 1/4$  o perfil de uma onda de Stokes de segunda ordem apresenta uma pequena crista secundária na cava da onda principal.

Esta segunda crista não aparece na solução periódica da equação de Korteweg-DeVries (onda conoidal) o que é considerado como uma expansão superior à expansão de Stokes na descrição de ondas longas de amplitude finita.

Este argumento leva-nos ao limite de aplicação da teoria de segunda ordem desenvolvida por Madsen (1971) para casos correspondentes a valores de  $\sigma_0 = < \frac{4}{3} \pi^2$ .

O perfil da superfície livre de uma onda conoidal,  $\eta_c$ , é matematicamente representado por:

$$\eta_c(x, t) = (h_t - h) + Hcn^2(\theta_c, m)$$

onde

$$\theta_c = 2K(m) \left( \frac{t}{T} - \frac{X_0}{L} \right)$$

e  $h_t$  é a distancia entre a cava da onda e o fundo,  $K(m)$  é o integral elíptico completo de primeiro tipo,  $cn$  é a função elíptica Jacobiana e  $m$  representa o parâmetro elíptico Jacobiano. Usando a regra de Newton Goring e Raichlen (1980) derivaram uma equação iterativa para calcular  $\theta_c$ . Depois de determinar iterativamente  $\theta_c$  para um tempo específico, o movimento de um batedor tipo pistão pode ser obtido por:

$$X_0(t) = L \left( \frac{t}{T} - \frac{\theta_c}{2K(m)} \right)$$

### 3 PARTICLE FINITE ELEMENT METHOD

O Particle Finite Element Method (PFEM) pode ser definido como um método lagrangiano de elementos finitos sem malha, pois se baseia na formulação lagrangiana das equações da mecânica dos fluidos, usa a teoria dos elementos finitos e utiliza funções de forma que só dependem dos nós e não dos elementos que se regeneram em cada intervalo de tempo.

Na literatura científica é possível encontrar várias aplicações deste método (Oñate et al. 2004a) a distintos problemas clássicos de interação fluido-estrutura comprovando que é um método eficaz na resolução de interações complexas entre sólidos flutuantes e submerso com escoamentos em superfície livre, tendo em conta fenómenos como o salpico de ondas, grande movimentos de sólidos e condições de fricção em problemas de contacto.

As equações de governo são as equações da conservação da massa e da quantidade de movimento, ambas escritas em formulação lagrangiana:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{conservação da massa})$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_i} p + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \rho f_i \quad (\text{conservação da quantidade de movimento})$$

onde  $\rho$  é a densidade,  $u_i$  são as componentes cartesianas do campo de velocidades,  $p$  é a pressão,  $\tau_{ij}$  são os elementos do tensor desviador de tensões,  $f_i$  são as componentes do termo fonte (em geral a gravidade) e  $\frac{DA}{DT}$  representa a derivada total (ou material) da propriedade A em função do tempo.

Na resolução das equações de fluidos clássicas podemos identificar dois tipos de instabilidades, a produzida pelos termos convectivos e a produzida pela condição de incompressibilidade. A primeira só está presente nas formulações eularianas e ALE enquanto que no PFEM não aparece por ser um método lagrangiano. A instabilidade provocada pela incompressibilidade supera-se modificando as equações de governo e formulando-as mediante o Finite Calculus (FIC) (Oñate et al. 2004b). O método FIC baseia-se em fazer um balanço de fluxos num domínio de fluido finito. Este método introduz termos adicionais nas equações clássicas que dependem das dimensões do domínio de balanço.

Outras características importantes do modelo são:

- A informação entre dois instantes de cálculo consecutivos é transferida através dos nós, porque os elementos são criados de novo em cada instante de tempo executando o modelo um processo de criação de uma nova malha.
- A velocidade em cada nó da malha é a mesma que a velocidade do fluido (ou sólido) nesse ponto, mas cada nó pode ter a sua própria densidade, viscosidade, etc.
- Um nó que representa um sólido é tratado exatamente como um nó que representa um fluido, em termos de malha e de estrutura de dados mas não em termos de cálculo.
- A superfície livre é detectada geometricamente usando o método de Alpha-shape (Idelsohn et al. 2003), que permite a detecção de superfícies livres constantes para além de separações ou uniões de massa fluida (como no caso de galgamentos).

A utilização do método PFEM para simular um canal numérico de ondas foi feita em Oliveira et al. (2009).

#### 4 ENSAIOS EM MODELO FÍSICO

Os ensaios em modelo físico realizaram-se no canal de pequena escala (CIEMito), do Laboratório de Engenharia Marítima (LIM) da Universidade Politécnica da Catalunha (UPC). O canal tem 18m de comprimento, 0.4 de largura e 0.6m de profundidade e está equipado com um batedor do tipo pistão capaz de gerar tanto ondas regulares como irregulares.

Os ensaios foram feitos com fundo plano, com dois níveis de água diferentes (0.32m e 0.25m) e foram gerados no total 20 ondas regulares com alturas de onda a variar entre  $0.03\text{m} < H < 0.19\text{m}$  e períodos a variar entre  $1.60\text{s} < T < 3.50\text{s}$ . Para medir a evolução da superfície livre durante os ensaios usaram-se 8 sensores resistivos localizados a 1.0m(WG0), 2.0m(WG1), 4.0m(WG2), 4.5m(WG3), 6.0m(WG4), 7.0m(WG5), 9.0m(WG6) e 10.0m(WG7) de distancia à posição inicial da pala. Na figura 1 pode-se ver o esquema do canal físico CIEMito durante os ensaios e a localização dos sensores de superfície livre utilizados. Na figura 2 apresenta-se uma fotografia do canal CIEMito durante os ensaios.

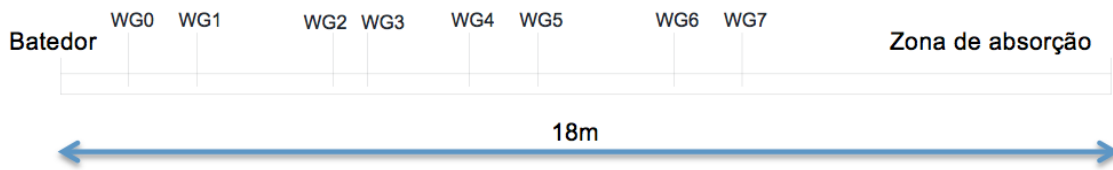


Figura 1 Esquema do canal físico CIEMito durante os ensaios e com a localização dos sensores



Figura 2 Foto do canal CIEMito durante os ensaios

## 5 RESULTADOS

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtido para um dos 20 casos testados e analisados. O caso que passamos a apresentar corresponde às seguintes condições teóricas; onda regular de altura  $H=0.10\text{m}$ , período  $T=1.90\text{s}$ , gerada a uma profundidade  $h=0.32\text{m}$  e com um número de Ursell equivalente  $Ur=30.58$ .

Os resultados aqui apresentados correspondem às seguintes tarefas realizadas em canal físico e numérico:

- 1 – Ensaio em modelo físico utilizando teoria de geração de ondas regulares sinusoidal
- 2 – Reprodução em canal numérico do ensaio físico usando o mesmo movimento sinusoidal para o batedor numérico.
- 3 – Simulação em canal numérico da mesma onda reproduzida no ponto anterior mas desta vez movendo o batedor segundo a teoria de Madsen (1971).
- 4 - Simulação em canal numérico da mesma onda reproduzida no ponto 2 mas desta vez movendo o batedor segundo a teoria de Goring e Raichlen (1980).

Na figura 3 compara-se a superfície livre obtida experimentalmente no canal físico (linha azul) com os resultados obtidos no canal numérico (linha vermelha) na posição do sensor WG0. Na figura 4 faz-se a mesma comparação mas para o sensor WG4. Os resultados apresentados nestas figuras foram obtidos impondo ao batedor físico e numérico o mesmo movimento sinusoidal simples calculado de acordo com o apresentado no capítulo 2. Da análise destas duas figuras podemos ver que o modelo numérico pode reproduzir a evolução da superfície livre observada experimentalmente e podendo se verificar que nos dois a forma da onda não é constante.

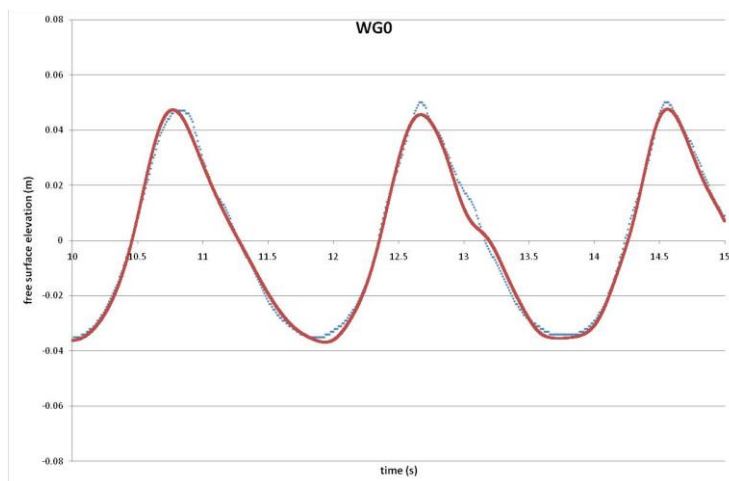


Figura 3 Comparação entre a superfície livre obtida experimentalmente (linha azul) e numericamente (linha vermelha) no sensor WG0.

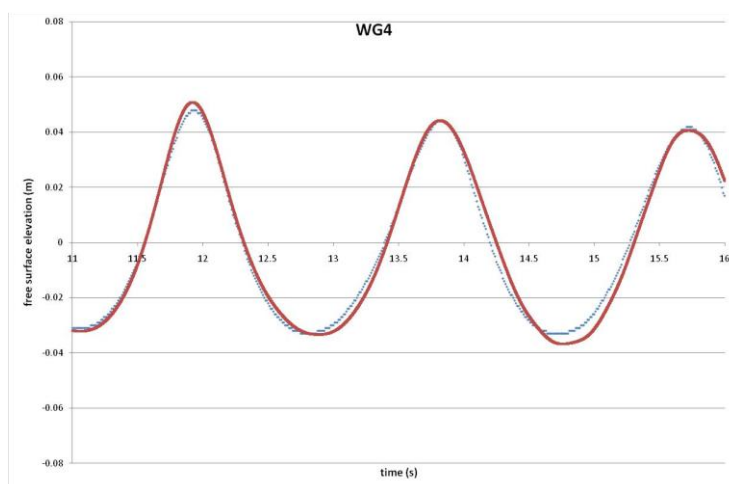


Figura 4 Comparação entre a superfície livre obtida experimentalmente (linha azul) e numericamente (linha vermelha) no sensor numero WG4.

Na figura 5 apresenta-se a evolução do primeiro, segundo e terceiro harmónico ao longo do tempo em diferentes posições do canal. Os resultados apresentados nesta figura foram obtidos no canal numérico com o movimento de batedor sinusoidal. Cada gráfico desta figura representa uma posição no canal correspondente à posição dos sensores de superfície livre. O eixo das abcissas de cada gráfico representa a ordem de chegada de cada uma das ondas analisadas nesse sensor e o eixo das ordenadas a amplitude de cada um dos três harmónicos para essas ondas. O facto dos sensores mais afastados do batedor terem menos ondas analisadas é por se ter tido em conta a possível contaminação das ondas analisadas por ondas refletidas pela zona de absorção situada no extremo oposto do canal à zona de geração de ondas. Da análise da figura 5 podemos observar que a amplitude do segundo harmónico não é constante ao longo do canal. Como exposto no capítulo 2 isto deve-se à presença de um segundo harmónico que viaje livre e com velocidade diferente do segundo harmónico que viaje acoplado ao harmónico principal.

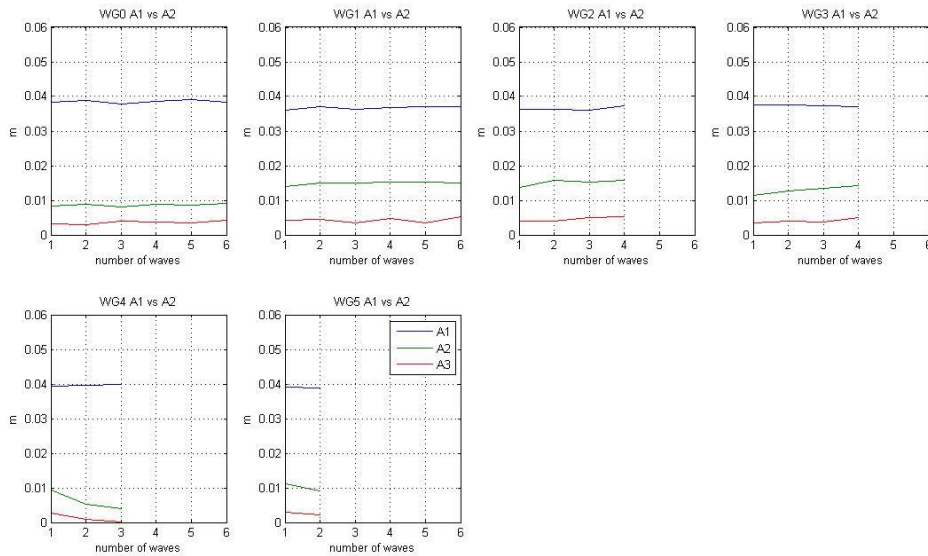


Figura 5 Evolução da amplitude do primeiro, segundo e terceiro harmônico ao longo do tempo a diferentes distancias do bateror (geração de ondas sinusoidal).

Na figura 6 mostram-se os movimentos do bateror utilizados no canal numérico calculados com as teorias de geração sinusoidal, de segunda ordem e conoidal. Nas figuras 7 e 8 apresenta-se a evolução da superfície livre obtida com os três diferentes tipos de geração nos sensores WG1 e WG4. De forma qualitativa pode-se ver que a forma da onda obtida com a geração sinusoidal apresenta mais irregularidades e a altura de onda não é igual para este tipo de geração nos sensores WG1 e WG4. Utilizando a geração de segunda ordem e conoidal as ondas obtidas são mais regulares e mantêm a altura de onda.

Na figura 9 apresenta-se a evolução do primeiro, segundo e terceiro harmônico ao longo do tempo em diferentes posições do canal obtidos usando a teoria de geração de segunda ordem. Se comparamos a figura 9 com a figura 5 podemos observar que se utilizamos a teoria de geração de segunda ordem a amplitude do segundo harmônico pode-se considerar praticamente constante ao longo do canal numérico o que não acontece quando utilizamos a teoria de geração sinusoidal. Esta observação indica que com a teoria de geração de segunda ordem evitamos a geração do segundo harmônico livre que ocorre aquando da geração sinusoidal. Na figura 10 apresentam-se os resultados obtidos com a teoria de geração conoidal. Como se pode observar desta figura os resultados obtidos com a teoria conoidal são semelhantes aos obtidos a teoria de segunda ordem.

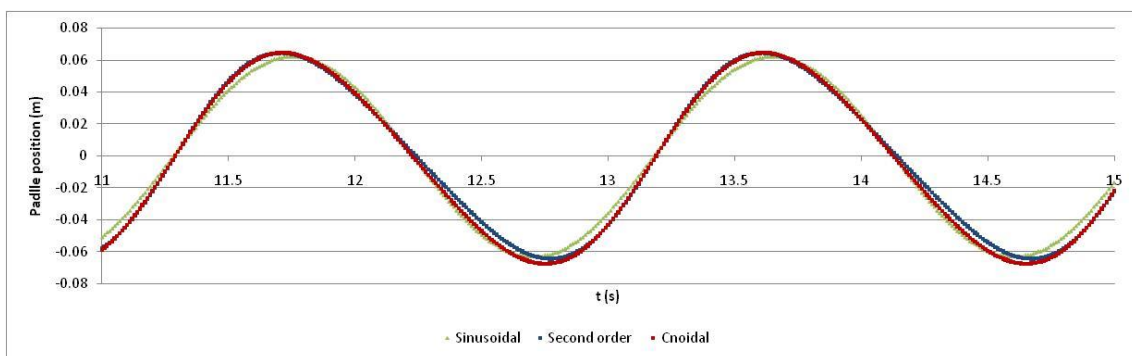


Figura 6 Movimento do bateror usando teoria de geração sinusoidal, de segunda ordem e conoidal.

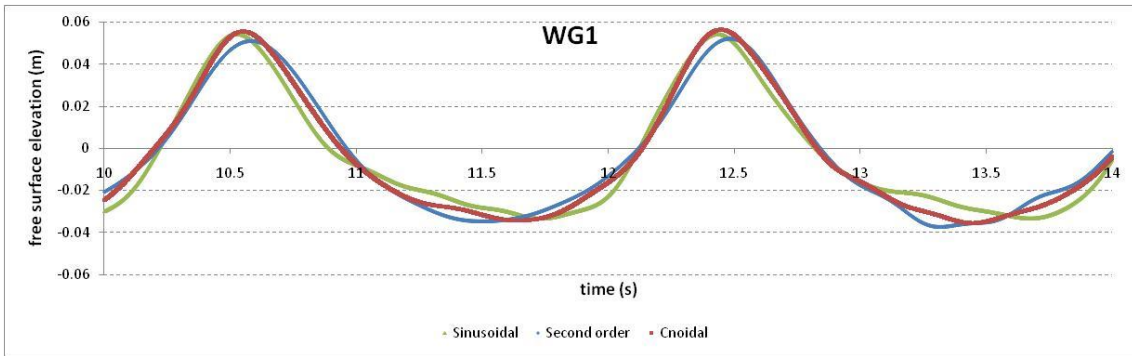


Figura 7 Superfície livre no sensor WG1, usando teoria de geração sinusoidal, de segunda ordem e conoidal.

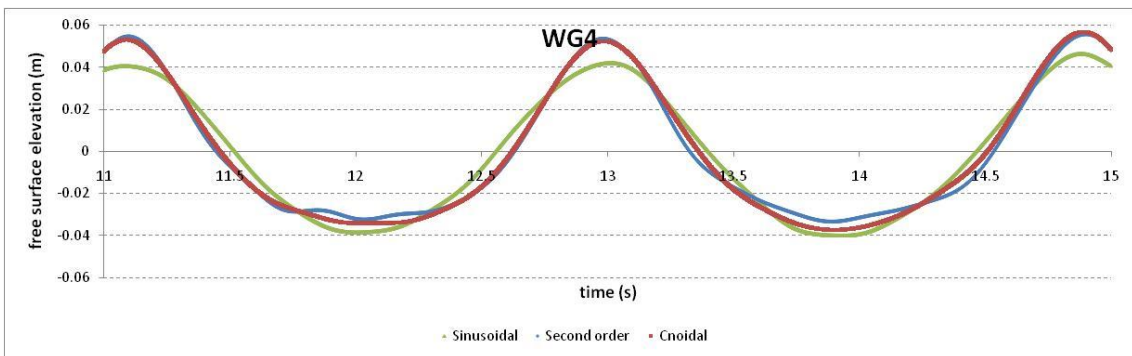


Figura 8 Superfície livre no sensor WG4, usando teoria de geração sinusoidal, de segunda ordem e conoidal.

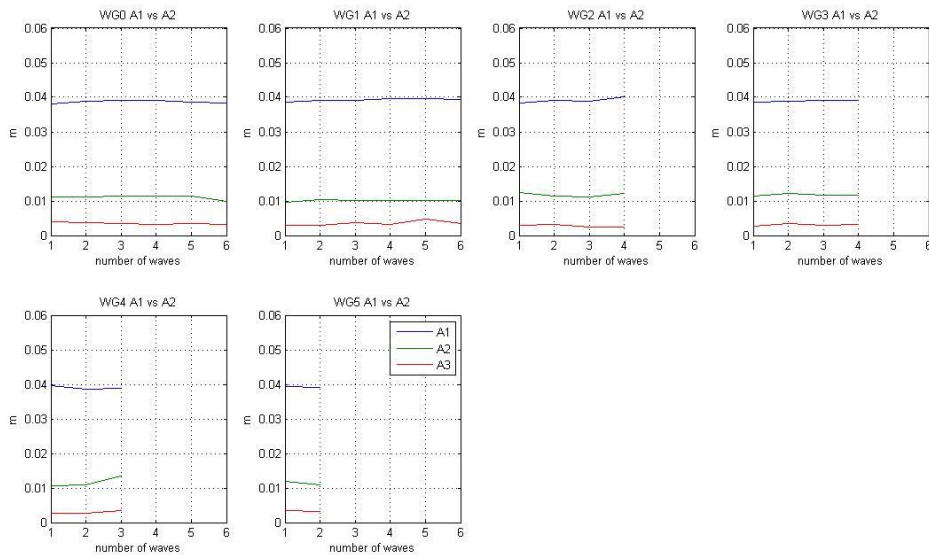


Figura 9 Evolução da amplitude do primeiro, segundo e terceiro harmónico ao longo do tempo a diferentes distancias do bateror (teoria de geração de segunda ordem).



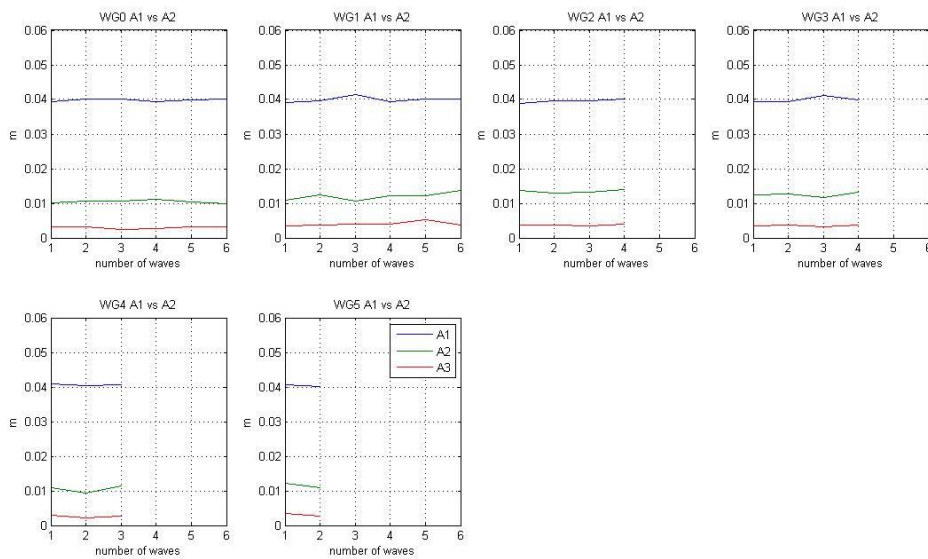


Figura 10 Evolução da amplitude do primeiro, segundo e terceiro harmónico ao longo do tempo a diferentes distancias do batedor (teoria de geração conoidal).

## CONCLUSÕES

Tal como nos canais físicos de ondas num canal numéricos baseado no método PFEM se utilizamos a teoria de geração sinusoidal para simular ondas longas regulares vamos obter ondas “espúrias” que viajam com velocidade diferente da onda principal e que fazem com que a altura da onda ao longo de um canal de fundo plano não seja constante.

Foram implementadas e testadas as teorias de geração de segunda ordem (Madsen, 1971) e conoidal (Goring e Raichlen, 1980) no canal numérico. Os resultados obtidos coincidem com as performances verificadas por estas duas teorias nos canais físicos e indicam que podem ser utilizadas no canal numérico para gerar ondas longas de forma constante.

A geração de ondas longas de forma constante é fundamental para o estudo hidráulico de estruturas marítimas uma vez que o estudo da estabilidade ou funcionalidade hidráulica deste tipo de estruturas normalmente implica a simulação de condições de agitação extremas em águas intermédias ou pouco profundas (com altos valores de número de Ursell  $HL^2/h^3$ ), que não são reproduzidas corretamente pela teoria linear de ondas. Os resultados aqui apresentados com a implementação no canal numérico das teorias de Madsen (1971) e de Goring e Raichlen (1980) permitem poder abordar de forma correta a simulação da interação entre ondas regulares longas e estruturas marítimas.

## AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece à Fundação para a Ciência e Tecnologia a atribuição da bolsa de doutoramento com contrato SFRH/44020/2008, financiada pelo Fundo Social Europeu e o Ministério Português da Ciência e Tecnologia.

## REFERÊNCIAS

Goring, D., and Raichlen, F. 1980 “The generation of long waves in the laboratory”. Proceedings of the 17th Coastal Engineering Conference, ASCE, Vol 1, pp 763-783.

Idelsohn, S. R., Oñate, E., Calvo, N., e Pin, F. D. (2003). "The meshless finite element method." *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58(6), 893-912.

Madsen, O. S. 1971 "On the generation of Long Waves". *Journal of Geophysical Research*, Vol76, No. 36, pp 8672-8683.

Oliveira, T.C.A., Gironella, F.X., Sanchez-Arcilla, A., Sierra, J. P. and Celigueta, M.A. (2009). "Nonlinear regular wave generation in numerical and physical flumes". *Journal of Coastal Research*, SI 56 1025-1029

Oñate, E., Del Pin, F., e Aubry, R. (2004a). "The Particle Finite Element Method. An overview." *International Journal of Computational Methods*, 1(2), 267-307.

Oñate, E., Idelsohn, S. R., e Del Pin, F. (2004b). "Fully Lagrangian formulation for fluid-structure interaction problems using the finite element method and finite calculus." *Computational Mechanics - Theory and Practice*, K. M. Mathisen, T. Kvamsdal, and K. M. Okstad, eds., CIMNE, Barcelona.