

# Comportamento dum navio no interior dum porto sujeito a diversos estados de mar.

L. Pinheiro<sup>1</sup>, J.A. Santos<sup>1,2</sup>, C.J.E.M. Fortes<sup>1</sup>, J. L. Fernandes<sup>3</sup>

<sup>(1)</sup> Departamento de Hidráulica e Ambiente, LNEC, Av. do Brasil, 101, 1700 066 Lisboa, Tel. +351 21 844 3912, Fax. 351 21 844 3019, [lpinheiro, jfortes@lnec.pt](mailto:lpinheiro, jfortes@lnec.pt)

<sup>(2)</sup> Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Rua Conselheiro Emídio Navarro 1, 1959-007, Lisboa. [jasantos@dec.isel.pt](mailto:jasantos@dec.isel.pt)

<sup>(3)</sup> Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, 1 1049-001, [leonel@dem.ist.utl.pt](mailto:leonel@dem.ist.utl.pt)

## Resumo

Nesta comunicação descreve-se uma ferramenta numérica capaz de caracterizar a resposta dum navio amarrado no interior dum porto sujeito à acção da agitação marítima.

Para este efeito utilizam-se previsões de estados de mar ao largo do porto em questão que são propagados para o seu interior com um modelo numérico do tipo Boussinesq capaz de simular efeitos complexos como a refacção, difracção, reflexão parcial, interacções não lineares, dissipação de energia devida ao atrito de fundo e rebentação das ondas. O modelo é o BOUSS-WMH (*BOUSSinesq Wave Model for Harbours*, Pinheiro *et al.* (2011)), e permite uma descrição precisa da evolução de estados de mar reais em zonas abrigadas de profundidade variável.

As interacções entre ondas e estruturas flutuantes são modeladas com recurso ao pacote MOORNAV, Santos 1994 que utiliza dois modelos: WAMIT (Korsemeier *et al.*, 1988) que determina com o método dos painéis a resposta do navio livre sujeito a ondas monocromáticas unidireccionais; e BAS (Mynett *et al.* 1985) que monta e resolve, no domínio do tempo, as equações de movimento de um navio amarrado no posto de acostagem levando em conta as séries temporais das forças devidas às ondas incidentes no navio, as funções de resposta a impulso do navio e as relações constitutivas dos elementos do sistema de amarração.

Descrevem-se os modelos numéricos BOUSS-WMH, WAMIT e BAS e a forma como os resultados são transferidos entre eles e apresenta-se uma aplicação desta ferramenta integrada a um navio amarrado num porto esquemático sujeito a quatro estados de mar diferentes.

**Palavras-chave** – Navio amarrado, Agitação marítima, Portos.

## 1 INTRODUÇÃO

A agitação marítima pode perturbar as actividades de carga e descarga de navios bem como causar problemas significativos nas infra-estruturas portuárias e nas embarcações presentes no interior de um porto. Uma previsão e caracterização correctas do campo de ondas dentro do porto, mais precisamente, ao longo das trajectórias dos navios e nos postos de acostagem permitem caracterizar a resposta dos navios aos estados de mar neles incidentes, quer estejam amarrados quer estejam em manobra.

A acoplagem de modelos numéricos de propagação de ondas com modelo de comportamento de navios sujeitos à acção dessas mesmas ondas permite prever condições potencialmente adversas e planejar as actividades portuárias com segurança. Ferramentas numéricas deste tipo são ainda escassas e com algumas limitações. A maior parte utiliza a teoria linear para descrever a interacção onda-estrutura flutuante e uma geometria teórica do porto. Alguns autores têm utilizado o método dos elementos de fronteira para simular a influência de uma parede vertical infinita ou duas paredes verticais perpendiculares nos coeficientes hidrodinâmicos do navio, van Oortmerssen (1976); Sawaragi e Kubo (1982). Este método é impraticável se se pretender incluir a geometria exacta do porto, devido às dimensões das matrizes envolvidas. Contudo, uma correcta representação da geometria do porto é importante para se ter em conta os modos evanescentes junto ao navio e melhor descrever o campo de ondas que actua sobre ele. A abordagem que tem sido desenvolvida nos últimos anos é a de acoplar modelos distintos para resolver a propagação de ondas no porto e a interacção ondas-navio numa zona restrita junto deste. Sawaragi *et al.* (1989), por exemplo, utilizou um modelo bidimensional de elementos de fronteira considerando a geometria exacta do porto mas com fundo plano e, junto ao navio, um modelo tridimensional. Takagi *et al.* 1993 fez o mesmo mas

utilizou um modelo de mild-slope que incluía a variação da topografia do fundo. Mais recentemente, Ohyama e Tsuchida (1997) deduziram uma equação de mild-slope modificada que inclui os modos evanescentes podendo ser aplicada também nas proximidades do navio. Kubo e Sakakibara (1997) juntaram um modelo linear no domínio da frequência para o cálculo dos factores de amplificação de ondas longas no porto com o modelo do navio amarrado. A vantagem deste método é que cada componente da onda pode ser tratada separadamente, assumindo que as ondas são lineares.

No entanto, é sabido que os efeitos não lineares no interior dos portos não são negligenciáveis. Com efeito, a diminuição da profundidade leva à transformação das características da onda devido aos efeitos de diversos fenómenos físicos como, por exemplo, o empolamento, a dissipação de energia por rebentação ou devido ao atrito de fundo, interações entre ondas e entre ondas e correntes. As ondas vêm a sua velocidade e direcção de propagação modificada e sofrem uma redistribuição da energia ao longo das cristas. Além disso, à medida que as ondas se propagam para profundidades cada vez menores, verificam-se também efeitos não-lineares que incluem a geração e transferência de energia entre harmónicas. A transferência de energia para as baixas frequências é especialmente importante, uma vez que pode levar a respostas significativas dos navios amarrados. Assim, é importante prever todos estes efeitos quando se quer avaliar os movimentos dos navios amarrados. Para além destes os fenómenos da reflexão e dissipação de energia por fricção de fundo e por rebentação são também importantes nestas zonas. O modelo BOUSS-WMH (*BOUSSinesq Wave Model for Harbours*, Pinheiro et al. (2011), incorpora todos os fenómenos enumerados e permite uma descrição precisa da evolução de estados de mar reais (definidos, a montante, a partir de séries temporais medidas no local ou a partir dum espectro especificado) em zonas abrigadas de profundidade variável. Este modelo resolve as equações de Boussinesq estendidas deduzidas por Nwogu (1993), válidas desde águas de profundidade intermédia a águas pouco profundas.

Bingham (2000) introduziu uma metodologia híbrida, para resolver o problema dos movimentos de navios amarrados, onde o modelo de Boussinesq desenvolvido por Madsen e Sorensen (1992) é utilizado para a propagação das ondas desde águas profundas até ao interior do porto e a parte do navio é tratada no domínio da frequência por um método de painel com resolução apropriada com o modelo WAMIT. Modelos similares foram desenvolvidos por Pinkster e Naaijen (2003) e Wenneker et al. (2006). Estes modelos, embora incluam todos os efeitos não lineares da propagação das ondas, não incluem a discretização das fronteiras dum porto real no modelo do navio. Bingham (2000) utiliza o modelo WAMIT, tal como é, isto é, podendo simular uma parede vertical junto ao navio ou, no máximo, duas paredes verticais formando um ângulo recto. Actualmente existe também a possibilidade de se operar directamente no domínio do tempo, van der Molen et al. (2008), sendo possível incluir forças de segunda ordem na equação do movimento. Este autor validou o seu modelo com ondas geradas por navios em movimento mas sem estruturas fixas nas proximidades.

Este trabalho apresenta os primeiros resultados da aplicação de um método para avaliar a força de excitação exercida pela agitação irregular incidente num navio colocado no interior de uma bacia abrigada utilizando uma adaptação das relações de Haskind. Com o modelo BOUSS-WMH determinam-se as características da agitação marítima na posição que será ocupada pelo navio imóvel levando em conta todos os fenómenos relevantes para a propagação da onda para o interior do porto. Depois obtêm-se os potenciais correspondentes aos vários períodos contidos naquela agitação incidente, com o modelo WAMIT, que são depois combinados com os potenciais correspondentes do problema de radiação. Uma vez que os potenciais deste problema podem ser obtidos considerando configurações muito simples para o conjunto navio – fronteira do porto, este é um método promissor para a resolução do problema de difracção. Finalmente, resolve-se, no domínio do tempo, as equações de movimento de um navio amarrado no posto de acostagem levando em conta as séries temporais das forças devidas às ondas incidentes no navio, as funções de resposta a impulso do navio e as relações constitutivas dos elementos do sistema de amarração com o modelo BAS.

Nas secções 2 e 3 descrevem-se sucintamente os modelos numéricos BOUSS-WMH, WAMIT e BAS. Na secção 4 é descrita a aplicação numérica. A secção 5 é referente a comentários finais.

## 2 MODELO BOUSS-WMH

### 2.1 INTRODUÇÃO

BOUSS-WMH (Walkley 1999, Pinheiro et al. 2007) resolve as equações de Boussinesq estendidas deduzidas por Nwogu (1993), válidas desde águas de profundidade intermédia a águas pouco profundas, e é um modelo indicado para a propagação e deformação de ondas não lineares e dispersivas em zonas de batimetria variável pois permite reproduzir alguns dos processos mais importantes presentes em regiões costeiras de média a baixa profundidade: a difracção, a refração, a reflexão, o empolamento, a dispersão de energia para as harmónicas.

Para a integração na vertical, foi admitido um perfil de velocidades tipo a uma profundidade pré-definida. O modelo usa o pacote SPRINT (Berzins et al. 1984), para a integração temporal e o método de Galerkin com uma malha não estruturada de elementos finitos para a discretização espacial. As malhas de elementos finitos são geradas com o gerador automático GMALHA, Pinheiro et al. (2007a), especialmente criado para modelos de propagação de ondas marítimas. Para a geração das ondas (regulares e irregulares) no domínio encontra-se implementada uma condição de geração no interior do domínio por intermédio de uma função fonte, segundo o procedimento de Wei *et al.* (1999). Esta condição permite não só a geração das ondas mas também que as ondas reflectidas nas fronteiras físicas do domínio e que se propagam na direcção da fonte, possam ser absorvidas evitando a sua permanência no domínio e conseqüente adulteração das características das ondas.

Como condições de fronteira, são admitidas condições de reflexão ou de absorção total. A condição de absorção total é conseguida através da colocação de uma zona absorvente ("sponge layer"). Para a simulação da interacção das ondas com uma fronteira física (como é o caso de um quebra-mar ou um cais, falésias rochosas, etc.) é imposta uma condição de fronteira de reflexão total. Este modelo foi desenvolvido para aplicações a uma e duas dimensões (em planta), permitindo obter resultados da elevação da superfície livre e da velocidade horizontal (representativa) em cada ponto do domínio de aplicação.

### 2.2 EQUAÇÕES BASE

As equações do modelo BOUSS-WMH baseiam-se nas equações estendidas de Boussinesq deduzidas por Nwogu 1993 com a adição dos termos adicionais no lado direito relacionados com a reflexão parcial e transmissão através de estruturas porosas, o atrito de fundo, a rebentação, a função fonte e a viscosidade numérica, são dadas por:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + g \nabla \eta + \frac{Z_\alpha^2}{2} \nabla \left( \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) + Z_\alpha \nabla \left( \nabla \cdot \left( h \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) \right) = n f_l \mathbf{u} + n f_t \mathbf{u} |\mathbf{u}| + F_b + R_b \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot ((h + \eta) \mathbf{u}) + \nabla \cdot \left( \left( \frac{Z_\alpha^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right) h \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \left( Z_\alpha + \frac{h}{2} \right) h \nabla (\nabla \cdot (h \mathbf{u})) \right) = S_f + \nu_s \nabla^2 \eta \quad (2)$$

em que o vector de velocidade  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, t) = (u, v)$  representa o campo de velocidades bidimensional, calculado numa determinada profundidade,  $Z_\alpha$ ,  $\eta = \eta(x, y, t)$  representa a elevação da superfície livre,  $h$  é a profundidade do fundo e  $g$  é a aceleração da gravidade  $f_l$  e  $f_t$  são coeficientes de fricção laminar e turbulenta devidos à presença de uma estrutura porosa,  $F_b$  e  $R_b$  são termos de viscosidade turbulenta devidos ao atrito de fundo e à rebentação, respectivamente,  $S_f$  é a função fonte geradora de ondas regulares e irregulares no interior do domínio e  $\nu_s$  é o termo de difusão artificial.

### 2.3 MÉTODO NUMÉRICO

A resolução espacial das equações de Boussinesq estendidas por Nwogu 1993 é efectuada pelo método dos elementos finitos. No entanto, estas equações não podem ser resolvidas

directamente, com funções de interpolação lineares, à presença de derivadas espaciais de 3ª ordem presentes na equação (2). De forma a solucionar este problema, é introduzida uma variável auxiliar,  $w$ , e uma terceira equação no sistema.

Para a discretização e integração temporal, recorre-se ao pacote de integração temporal SPRINT Berzins 1985 combinado com o pacote DASPK (*Differential Algebraic Systems Preconditioned Krylov*), que usa o método iterativo GMRES (*Generalized Minimum Residual*) com um pré-condicionador do tipo ILU (Factorização LU incompleta). Este software fornece um método geral de resolução de sistemas de equações diferenciais parciais ordinárias utilizando passos de tempo e ordens de integração variáveis e adaptáveis a cada caso.

É importante salientar que é de grande vantagem para o método de resolução de equações, que a malha de elementos finitos tenha uma resolução espacial adequada aos fenómenos a simular e que tenha a numeração nodal ordenada de modo que a largura de banda seja mínima. O gerador de malhas GMALHA, Pinheiro et al. 2008, foi desenvolvido especialmente para modelos de propagação de ondas em zonas costeiras e produz malhas com resolução variável de acordo com o comprimento de onda e com numeração nodal reordenada.

## 2.4 CONDIÇÕES INICIAIS, DE FRONTEIRA E GERAÇÃO DE ONDAS

As condições iniciais definidas no modelo são as de repouso, isto é, a elevação da superfície livre é igual a zero assim como a velocidade em todos os pontos do domínio. Para evitar instabilidades numéricas, a introdução da onda no domínio é feita de forma gradual nos primeiros passos de tempo.

As condições de fronteira implementadas são as condições de radiação, absorção total de reflexão parcial e de reflexão total. As condições de radiação e de absorção total permitem a saída das ondas que se propagam no domínio. A primeira é baseada na condição de radiação de Sommerfeld enquanto na segunda se aplica o método da zona absorvente (*sponge layer*). A condição de reflexão parcial representa casos em que existem fronteiras físicas que reflectem apenas parcialmente a energia das ondas incidentes (quebra-mares rugosos, praias reflectivas, etc.). A condição de reflexão total representa uma parede vertical sólida e impermeável (como é o caso de um cais vertical, quebra-mar vertical, etc.). Para a condição de absorção total introduz-se uma zona de absorção nas fronteiras onde se pretende a absorção total das ondas incidentes. Trata-se de uma zona onde se adiciona um termo difusivo à equação de conservação de massa que cresce exponencialmente em direcção à fronteira e é capaz de absorver a energia das ondas que saem do domínio com diferentes frequências. A largura da zona de absorção deve ser entre duas e três vezes o maior comprimento de onda.

A geração de ondas (regulares e irregulares) no interior do domínio é feita através de uma função fonte. Este método permite que as ondas reflectidas no domínio possam passar através da zona de geração sem alterar as suas características e propagarem-se para fora do domínio. O método utilizado baseia-se no trabalho de Wei *et al.* 1999.

## 2.5 CONTROLO DA ESTABILIDADE NUMÉRICA

O modelo, em casos mais complexos, apresenta frequentemente oscilações espúrias, que amplificam e inviabilizam a obtenção duma solução numérica. Para atingir a estabilidade numérica foi introduzido um termo de difusão artificial semelhante ao de origem viscosa à equação de conservação da massa. Esta técnica baseia-se na constatação de que a fricção causada pela viscosidade elimina, selectivamente, as oscilações de frequência elevada.

O termo de difusão artificial,  $\nu_s$ , ( $m^2/s$ ) é dado por:

$$\nu_s = \frac{\gamma \cdot \lambda^4}{(2 \cdot \pi \cdot \Delta x)^3} \quad (3)$$

em que  $\lambda$  (m) é o comprimento de onda,  $\Delta x$  (m) é a distância média entre pontos do domínio e o parâmetro  $\gamma$  (m/s) é uma constante de proporcionalidade que varia consoante o caso. Se a difusão artificial for bem dimensionada, permite eliminar as ondas de pequena escala sem alterar significativamente as ondas de maior escala da solução.

## 2.6 ATRITO DE FUNDO

A dissipação de energia por atrito no fundo desempenha um papel importante na transformação de onda perto da linha de costa, em zonas de baixa profundidade.

O efeito de dissipação de energia devido a uma camada limite turbulenta no fundo do mar é simulado através da adição de um termo de tensão tangencial de fundo,  $F_b$ , à equação de conservação da quantidade de movimento, seguindo o procedimento adoptado por Nwogu e Demirbilek 2001.  $F_b$  é dado por:

$$F_b = \frac{1}{h + \eta} f_w U_\alpha |U_\alpha| \quad (4)$$

Para mais detalhes sobre a implementação deste termo ver Pinheiro *et al.* 2010.

## 2.7 REBENTAÇÃO DA ONDA

A dissipação de energia devido à rebentação é simulada de acordo com o procedimento de Kennedy *et al.* 2000 através da inclusão de um termo de viscosidade turbulenta na equação de conservação da quantidade de movimento, dado por:

$$R_b = \frac{1}{h + \eta} \nabla \nu \nabla (h + \eta) \mathbf{u} \quad (5)$$

em que  $\nu$  é o coeficiente de viscosidade turbulenta, localizado na face frontal da onda. Este coeficiente é dado por:

$$\nu = B \delta^2 (h + \eta) \eta_t \quad (6)$$

em que  $\delta$  é o coeficiente do comprimento de mistura,  $\eta_t$  é a derivada da elevação da superfície livre em ordem ao tempo.

## 2.8 DADOS E RESULTADOS

O modelo BOUSS-WMH requer como dados de entrada:

- Características da agitação incidente:
  - ondas regulares: período e amplitude da onda, localização da zona de geração;
  - ondas irregulares: série temporal das ondas incidentes, localização da zona de geração;
- Características da malha de elementos finitos com que foi discretizado o domínio:
  - coordenadas dos pontos e respectivas profundidades;
  - a topologia dos elementos;
- Condições de fronteira;
- Distribuição de viscosidades no domínio e nas zonas absorventes;
- Parâmetros de saída do modelo.

O modelo BOUSS-WMH produz como resultados:

- Mapas da elevação da superfície livre e componentes da velocidade em todo o domínio em determinados instantes de cálculo;

- Séries temporais da elevação da superfície livre em determinados pontos;
- Diagramas de isolinhas dos índices de agitação máximos em todo o domínio.

Para facilitar a construção do ficheiro de dados, execução do modelo e visualização de resultados, foi criada uma interface com o utilizador para o modelo BOUSS-WMH. Esta interface foi desenvolvida numa folha de cálculo da Microsoft Excel™ recorrendo à linguagem de programação Visual Basic for Applications™.

### 3 O PACOTE NUMÉRICO MOORNAV

No LNEC, a determinação do movimento do navio amarrado num posto de acostagem sujeito à agitação incidente é realizada utilizando o pacote numérico MOORNAV (Santos 1994). Trata-se essencialmente de dois modelos numéricos:

- WAMIT (Korsemeier *et al.*, 1988) que resolve, no domínio da frequência, os problemas de radiação e de difracção da interacção de um corpo flutuante livre com as ondas nele incidentes;
- BAS (Mynett *et al.* 1985) que monta e resolve, no domínio do tempo, as equações de movimento de um navio amarrado no posto de acostagem levando em conta as séries temporais das forças devidas às ondas incidentes no navio, as funções de resposta a impulso do navio e as relações constitutivas dos elementos do sistema de amarração (cabos de amarração e defensas);

aos quais se juntou um interface entre os dois modelos, uma vez que os resultados fornecidos pelo WAMIT não são exactamente as grandezas necessárias ao funcionamento do modelo BAS e porque é necessário fornecer ao modelo BAS a série temporal das forças exercidas pela agitação marítima incidente no navio, para além de forças devidas a ventos ou a correntes quase estacionárias.

Nos subcapítulos seguintes apresenta-se uma descrição sumária do funcionamento dos modelos acima referidos e da articulação entre os mesmos.

#### 3.1 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DO NAVIO AMARRADO

Ponto fundamental no estabelecimento das equações de movimento para um navio amarrado é a modelação das forças exercidas no casco do navio devido a interacção do mesmo com as ondas.

Assumindo de pequena amplitude os movimentos do navio segundo cada um dos seus seis graus de liberdade, pode retirar-se logo a parcela correspondente à variação quase estática da forma do casco submerso. Surge assim a matriz de restituição hidrostática  $C_{kj}$  cujos coeficientes são a força segundo a coordenada  $k$  devida a uma variação unitária da posição do navio segundo a coordenada  $j$  em água parada.

A mesma hipótese de pequena amplitude dos movimentos do navio leva à linearidade da interacção do casco com as ondas nele incidente o que permite a decomposição daquele problema em dois problemas mais simples, Cummins (1962): o problema de radiação, no qual se determinam as forças que é necessário fazer segundo cada um dos graus de liberdade para o movimento arbitrário do casco em águas de outra forma paradas; e o problema de difracção, no qual se determina a força  $F_k^d$ , segundo cada grau de liberdade  $k$ , exercida pela agitação incidente no casco do navio imobilizado.

Quanto ao movimento arbitrário do navio em água de outra forma parada – o problema de radiação –, este pode considerar-se a sobreposição de movimentos impulsivos cada um dos quais origina uma elevação da superfície livre que depois se afasta do casco como uma onda. Assim, nas forças associadas ao problema de radiação tem-se  $m_{kj}$  a chamada massa adicionada para frequência infinita – ver-se-á mais tarde a razão deste nome – a força segundo a

coordenada  $k$  para uma aceleração unitária segundo a coordenada  $j$  e  $K_{kj}(\tau)$  a função de resposta a impulso (também chamada de função de atraso) representando a força segundo a coordenada  $k$ ,  $\tau$  segundos depois de um movimento de velocidade impulsiva segundo  $j$ .

Do exposto, resulta para a equação de movimento do navio amarrado

$$\sum_{j=1}^6 \left[ (M_{kj} + m_{kj}) \ddot{x}_j(t) + \int_{-\infty}^t K_{kj}(t-\tau) \dot{x}_j(\tau) d\tau + C_{kj} x_j(t) \right] = F_k^d(t) + F_k^m(t) + F_k^f(t) \quad (7)$$

em que  $M_{kj}$  é a matriz de massa do navio e  $F_k^m(t)$  e  $F_k^f(t)$  são os valores instantâneos das forças devidas aos cabos de amarração e às defensas. Em rigor, trata-se de um conjunto de seis equações de cuja solução se obtêm as séries temporais dos movimentos segundo cada um dos seis graus de liberdade do navio e dos esforços nas amarras e nas defensas.

### 3.2 O MODELO NUMÉRICO WAMIT

Na equação anterior, as matrizes de massa e de restituição hidrostática dependem apenas da geometria do navio e da distribuição de massas no mesmo. As forças devidas às amarras e às defensas podem determinar-se a partir das relações constitutivas destes elementos do sistema de amarração e da variação de comprimento entre as extremidades das mesmas (no caso das defensas tem que se levar em conta a não variação de comprimento associada à ausência de contacto entre o navio e a defesa).

Por sua vez, as funções de resposta a impulso, a matriz de massa adicionada para frequência infinita e as forças de excitação devidas às ondas dependem da perturbação causada pelo corpo flutuante no escoamento associado à propagação da onda.

Assumindo que qualquer estado de agitação incidente no navio pode ser decomposto em ondas sinusoidais de período e direcções conhecidos, a força de difracção associada a esse estado de agitação pode obter-se da sobreposição das forças de difracção estacionárias devidas a cada uma das componentes sinusoidais referidas. Ou seja, resultados do problema de difracção obtidos no domínio da frequência podem ser utilizados para obter um resultado do domínio do tempo.

Também as funções de resposta a impulso e as massas adicionadas para frequência infinita podem ser determinadas a partir de resultados obtidos no domínio da frequência, agora para o problema de radiação:

$$K_{kj}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} b_{kj}(\omega) \cos(\omega t) d\omega \quad (8)$$

$$m_{kj} = a_{kj}(\omega) + \frac{1}{\omega} \int_0^{\infty} K_{kj}(t) \sin(\omega t) d\omega \quad (9)$$

em que  $b_{kj}(\omega)$  é o coeficiente de amortecimento para a frequência  $\omega$  e  $a_{kj}(\omega)$  o coeficiente de massa adicionada para a mesma frequência. Da equação (9) fica clara a designação de  $m_{kj}$  como o coeficiente de massa adicionada para frequência infinita pois quando a frequência  $\omega$  tende para infinito a segunda parcela da soma em (9) tende para zero e  $m_{kj} = a_{kj}(\infty)$ . Os coeficientes de massa adicionada e de amortecimento resultam da decomposição da força estacionária associada ao problema de radiação correspondente à frequência  $\omega$  numa parcela em fase com a velocidade do movimento do corpo, donde surge o coeficiente de amortecimento, e uma parcela em fase com a aceleração (ou o movimento do corpo, porque este movimento é sinusoidal), donde surge o coeficiente de amortecimento.

Embora pareça rebuscada esta utilização de resultados do domínio da frequência para gerar dados para um problema no domínio do tempo, tal deve-se à maior disponibilidade de modelos numéricos para resolver, no domínio da frequência, o problema da interacção de um corpo flutuante com as ondas.

O WAMIT (Korsemeier et al. 1988) é um desses modelos. Trata-se de um modelo desenvolvido no Departamento de Engenharia Oceânica do *Massachusetts Institute of Technology* e que utiliza um método de painel para resolver no domínio da frequência os problemas de radiação e de difracção de um corpo flutuante livre. Este modelo baseia-se na segunda igualdade de Green para determinar a intensidade das distribuições de fontes e dipolos nos painéis utilizados na discretização da superfície molhada do casco do navio com as quais é possível gerar os potenciais harmónicos dos escoamentos associados aos problemas de radiação e de difracção de um navio livre colocado numa zona de profundidade constante mas não limitada horizontalmente.

### 3.3 PASSAGEM DO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA O DOMÍNIO DO TEMPO

Obtidos os coeficientes de massa adicionada e de amortecimento para um conjunto de frequências do movimento oscilatório do navio livre em água parada, aproxima-se a função  $b_{kj}(\omega)$  nos pontos em que não foi determinada por funções exponenciais e calcula-se exactamente o valor do integral na equação (8) necessário à determinação da função resposta a impulso respectiva. Esta função resposta a impulso será determinada num conjunto de instantes igualmente espaçados.

É possível mostrar que são nulos os valores de qualquer coeficiente de amortecimento quando a frequência da oscilação do corpo se aproxima de zero ou de infinito. Como não se consegue determinar coeficientes de amortecimento para frequências muito altas, uma vez que isso implicaria discretizações da superfície molhada do casco com um número muito elevado de painéis, utilizam-se as aproximações para frequências altas apresentadas em Kubo et al. (1988). Esta extensão dos resultados do WAMIT é realizada para um conjunto discreto de frequências antes do cálculo do integral da equação (8).

Outro ponto sensível na passagem do domínio da frequência para o domínio do tempo é o estabelecimento do coeficiente de massa adicionada para frequência infinita. Como se pode ver na equação (9), escolhido o valor da frequência  $\omega$  e do respectivo coeficiente de massa adicionada, bastaria calcular o integral da equação (9), dividir pela frequência  $\omega$  e adicionar aquele coeficiente de massa adicionada para se obter o coeficiente de massa adicionada para frequência infinita.

Contudo, se for outro o valor da frequência escolhida, dificilmente a estimativa do coeficiente de massa adicionada para frequência infinita coincidirá com o anteriormente obtido. Tal implica que, para cada par  $kj$ , o procedimento usual seja a determinação de tantas estimativas do coeficiente de massa adicionada para frequência infinita quantas as frequências para as quais se resolveu o problema de radiação, a análise do gráfico com as várias estimativas obtidas e a selecção do valor considerado mais adequado.

Importa referir que o integral em (9) é calculado exactamente, tal como sucedeu com a equação (8) pois agora também se assumiu a aproximação da função resposta a impulso por funções exponenciais nos intervalos em que não foi calculada.

Nos procedimentos de passagem do domínio da frequência para o domínio do tempo inclui-se também a determinação da série temporal das forças exercidas pela agitação incidente no navio imobilizado. Utilizam-se os resultados do problema de difracção no domínio da frequência, isto é valores da amplitude e da fase da força para vários valores da frequência e direcção da onda sinusoidal incidente no navio que são depois aproximados por funções exponenciais nos intervalos de frequências e direcções em que não foram calculados tendo em vista a determinação da resposta às diversas componentes da agitação marítima incidente no navio.

Neste caso, quando a frequência das ondas incidentes no navio se aproxima de zero as forças devidas às ondas aproximam-se das correspondentes à variação quase estática da forma submersa do casco do navio. Como ondas de frequência nula equivalem a uma variação da superfície livre na vertical apenas, apenas as componentes verticais (forças segundo a arfagem, o rolo e o galear) serão não nulas e de valor igual ao coeficiente correspondente da matriz de restituição hidrostática.

### 3.4 O MODELO NUMÉRICO BAS

O modelo numérico BAS utiliza o método  $\theta$ , Pina (1990), com  $\theta=0.55$  na resolução do sistema de equações diferenciais de segunda ordem que traduz as equações de movimento do navio amarrado. Como aquele é um método para equações diferenciais de primeira ordem a posição no fim do passo de cálculo,  $\mathbf{X}^{n+1}$ , é escrita em termos da velocidade no fim do passo de cálculo,  $\dot{\mathbf{X}}^{n+1}$ , através do algoritmo do método  $\theta$ :

$$\mathbf{X}^{n+1} = \mathbf{X}^n + (1-\theta)\Delta t\dot{\mathbf{X}}^n + \theta\Delta t\dot{\mathbf{X}}^{n+1} \quad (10)$$

em que  $\Delta t$  designa o passo de cálculo e  $\mathbf{X}^n$  e  $\dot{\mathbf{X}}^n$  designam, respectivamente, as coordenadas e as componentes da velocidade no início do passo de cálculo, tudo quantidades conhecidas.

Assim, a aplicação do método  $\theta$  ao sistema de equações que rege o movimento do navio amarrado pode escrever-se da forma seguinte:

$$\frac{\dot{\mathbf{X}}^{n+1} - \dot{\mathbf{X}}^n}{\Delta t} = \theta H(\dot{\mathbf{X}}^{n+1}, t^{n+1}) + (1-\theta)H(\dot{\mathbf{X}}^n, t^n) \quad (11)$$

em que  $H(\dot{\mathbf{X}}^{n+1}, t^{n+1})$  representa a parcela das equações de movimento do navio que fica dependente da velocidade do navio no fim do passo de cálculo,  $\dot{\mathbf{X}}^{n+1}$ . Rearranjando a expressão anterior fica

$$\dot{\mathbf{X}}^{n+1} - \theta\Delta t H(\dot{\mathbf{X}}^{n+1}, t^{n+1}) = \dot{\mathbf{X}}^n + (1-\theta)\Delta t H(\dot{\mathbf{X}}^n, t^n) \quad (12)$$

ou ainda

$$F(\dot{\mathbf{X}}^{n+1}) - G = 0 \quad (13)$$

O sistema de equações algébricas não-lineares acima é resolvido pelo método de Newton-Raphson. A primeira estimativa da velocidade no instante n+1 para aplicação daquele método é fornecida, partindo da definição da aceleração, pelo método de Adams-Bashforth de 1a ordem, isto é, determinam-se as componentes da velocidade a partir da aceleração no início do passo corrente,  $\ddot{\mathbf{X}}^n$ , e do anterior,  $\ddot{\mathbf{X}}^{n-1}$ .

## 4 APLICAÇÃO NUMÉRICA

### 4.1 DESCRIÇÃO GERAL

Nesta secção apresenta-se uma aplicação do pacote numérico para avaliação do comportamento dum navio amarrado colocado no interior de uma bacia portuária esquemática sujeito a um estado de mar incidente no exterior dessa bacia. Esta aplicação numérica serve para ilustrar o funcionamento do conjunto de modelos BOUSS-WMH, WAMIT, e BAS e chamar a atenção para as modificações necessárias a uma aplicação mais generalizada.

O navio em estudo tem 243 m de comprimento na flutuação, uma boca máxima de 42 m e um calado de 14 m e encontra-se amarrado com dois travêzes e duas regeiras e protegido por duas defensas.

O porto esquemático é do tipo quadrangular com dois molhes protectores sendo abrigado a Norte e a Oeste. O navio encontra-se atracado no intradorso do molhe Oeste estando totalmente exposto a ondas vindas de Sul.

Admite-se que as ondas incidentes no navio se propagam com crista rectilínea perpendicular ao molhe do porto onde o navio está amarrado. Tal hipótese torna mais simples a análise e permite utilizar directamente os resultados obtidos com o modelo numérico WAMIT para o problema de difracção do navio livre. Por este motivo apenas as ondas de Sul foram utilizadas na simulação do comportamento do navio. Para os restantes estados de mar o programa WAMIT deverá ser modificado.

## 4.2 METODOLOGIA

A metodologia seguida é a seguinte:

1 – Utilizando o modelo BOUSS-WMH determinam-se as características da agitação marítima na posição que será ocupada pelo navio imóvel dentro da bacia portuária.

2 – Utilizando o modelo WAMIT, obtêm-se os potenciais dos problemas de radiação e de difracção para um conjunto de períodos no qual estão contidos os vários períodos componentes daquela agitação incidente.

3 – Determinam-se depois as funções de resposta a impulso do navio livre e as séries temporais das forças exercidas pela agitação marítima incidente no navio.

4 – Utilizando o modelo BAS, resolve-se, no domínio do tempo, as equações de movimento de um navio amarrado no posto de acostagem levando em conta as séries temporais das forças devidas às ondas incidentes no navio, as funções de resposta a impulso do navio e as relações constitutivas dos elementos do sistema de amarração

Os cálculos de propagação de ondas são efectuados numa estação de trabalho LINUX CORVUS com quatro processadores AMD Opteron™ 265 de 2GHz e com 8GB de memória RAM, enquanto os cálculos do comportamento do navio são efectuados num computador pessoal Intel™ Quad Core Q6600 de 2.4Ghz e com 1.97GB de memória RAM.

## 4.3 ONDAS INCIDENTES NO NAVIO

O domínio de cálculo tem 2000 m de largura por 4000 m de comprimento. O porto esquemático situado na lateral direita é constituído por dois quebra-mares: o quebra-mar Norte constituído por dois troços, horizontal e vertical de 750 m e 1000 m de comprimento, respectivamente e o quebra-mar Sul com um troço horizontal de 400 m, Figura 1. Foram definidos oito pontos de cálculo, para posterior análise de resultados. O primeiro ponto corresponde à posição de amarração do navio.

As características dos troços das fronteiras são apresentadas na Tabela 1.

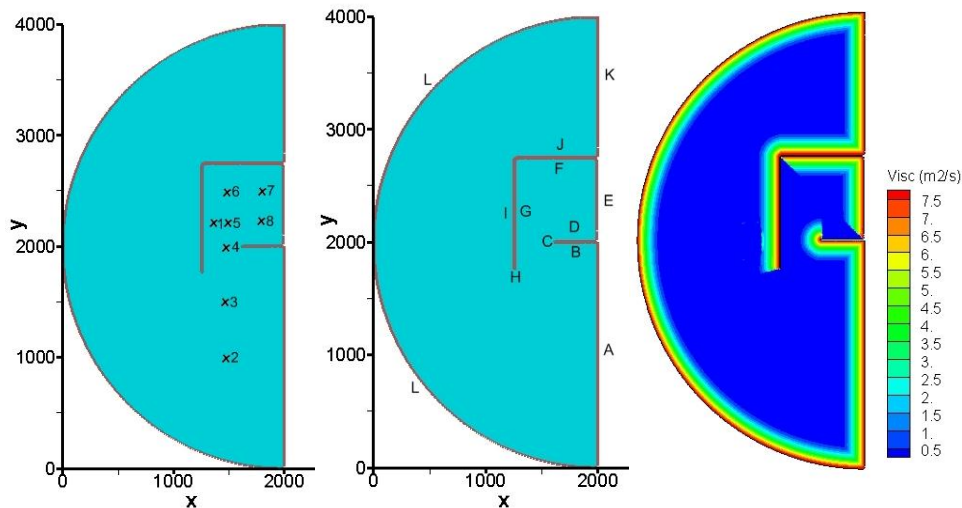


Figura 1 – Domínio de cálculo. Pontos de cálculo. Troços da fronteira e viscosidades.

Tabela 1 – Características dos troços das fronteiras.

Troço	Descrição	Tipo	Coefficiente de reflexão
A	Costa	Dissipativo	0.0
B	Extradorso quebra-mar Sul	Dissipativo	0.0
C	Cabeça quebra-mar Sul	Dissipativo	0.0
D	Intradorso quebra-mar Sul (parede vertical)	Reflectivo	1.0
E	Costa	Dissipativo	0.0
F	Intradorso quebra-mar Norte (enrocamento)	Dissipativo	0.0
G	Intradorso quebra-mar Norte (parede vertical)	Reflectivo	1.0
H	Cabeça quebra-mar Norte	Dissipativo	0.0
I	Extradorso quebra-mar Norte	Dissipativo	0.0
J	Extradorso quebra-mar Norte	Dissipativo	0.0
K	Costa	Dissipativo	0.0
L	Mar	Dissipativo	0.0

A malha de elementos finitos foi gerada de modo ter um mínimo de oito pontos por comprimento de onda, sendo a profundidade em todo o domínio igual a 17 m e as ondas incidentes regulares com período de 10 s e amplitude de 0.6 m. A topologia da malha foi otimizada de modo a que os triângulos fossem o mais equiláteros possível e a numeração nodal foi reordenada de modo a otimizar a largura de banda necessária ao modelo numérico. Tudo isto melhora a qualidade dos resultados e diminui o custo computacional das simulações numéricas. Resultou então uma malha com 185 599 elementos, 93 616 pontos, 1 631 pontos de fronteira e largura de banda de 322. A área mínima dos elementos é de 7.49 m<sup>2</sup> e a máxima de 93.14 m<sup>2</sup>. A percentagem de pontos com valência não óptima é inferior a 10%, Figura 2.

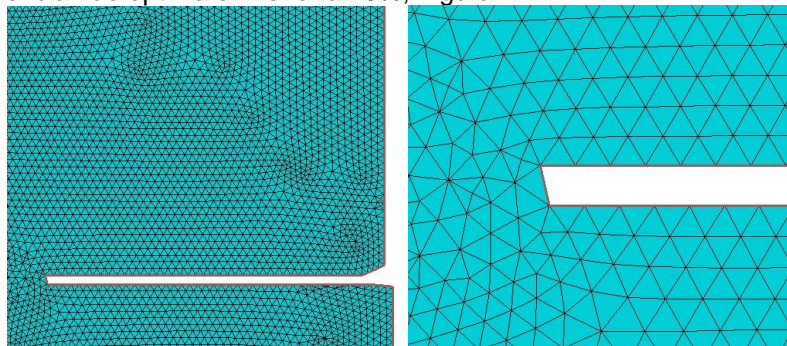


Figura 2 – Pormenores da malha de elementos finitos

Na Figura 3 e na Figura 4 apresenta-se as séries temporais da elevação da superfície livre nos pontos 1 e 2 (ver Figura 1), respectivamente, para as direcções de onda incidente de Sul, Norte, Noroeste e Sudoeste.

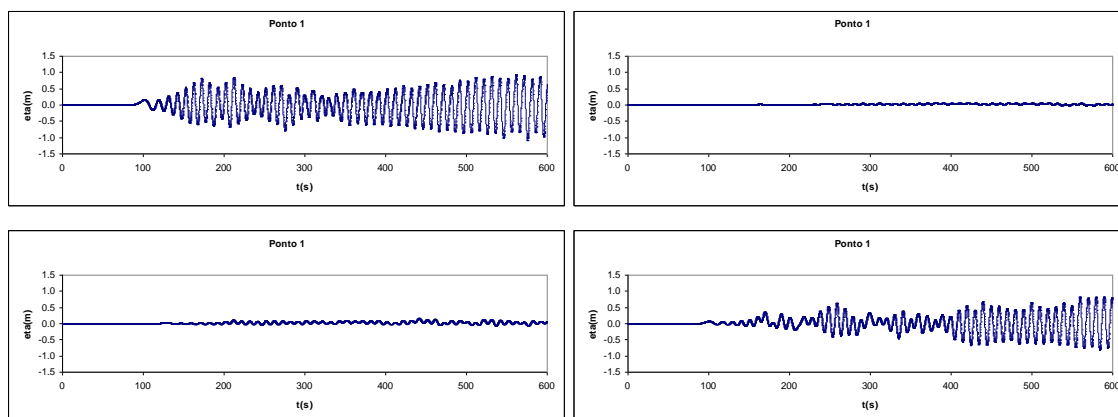


Figura 3 – Elevação da superfície livre no Ponto 1. Sul, Norte; Noroeste e Sudoeste.

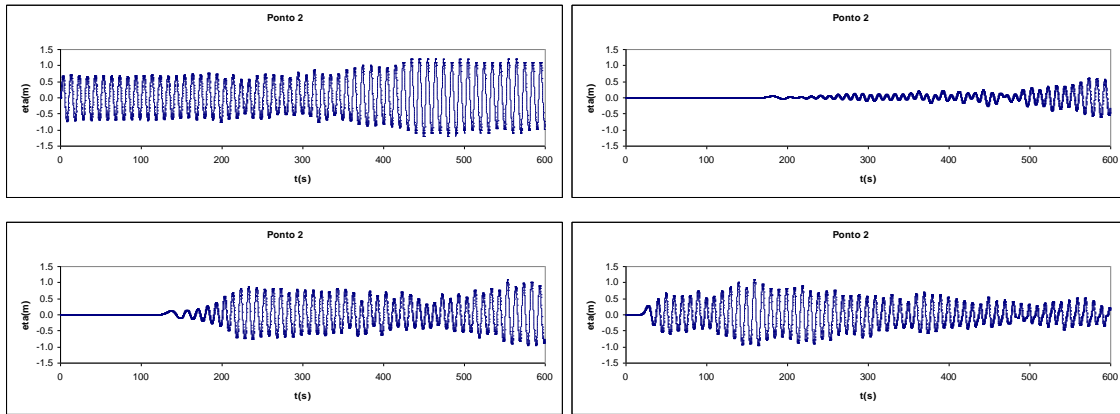


Figura 4 – Elevação da superfície livre no Ponto 2. Sul, Norte; Noroeste e Sudoeste.

Na Figura 5 e na Figura 6 apresenta-se as séries temporais da elevação da superfície livre em todo o domínio de cálculo e no interior do porto, ao fim de 600 s, respectivamente, para as direcções de onda incidente de Sul, Norte, Noroeste e Sudoeste.

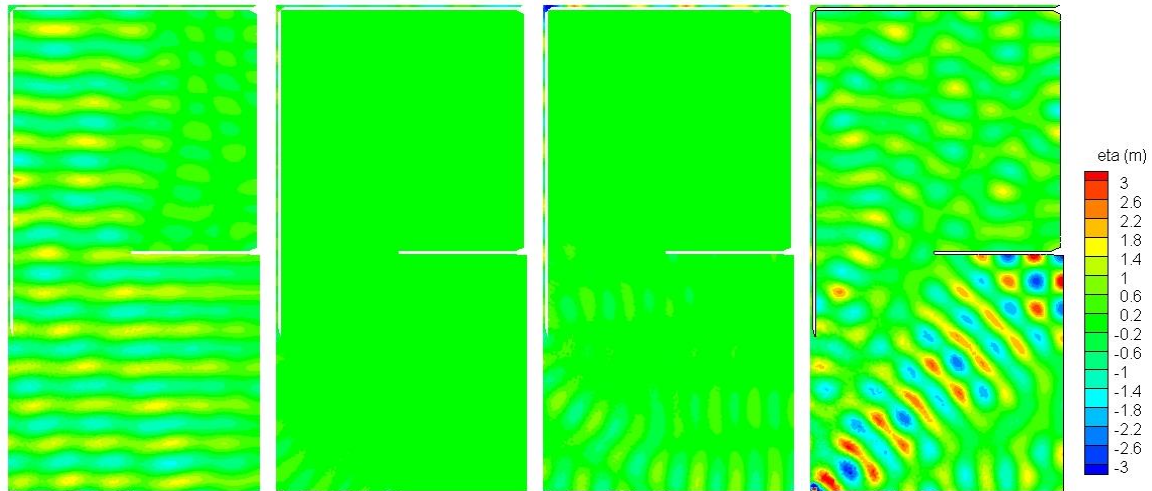
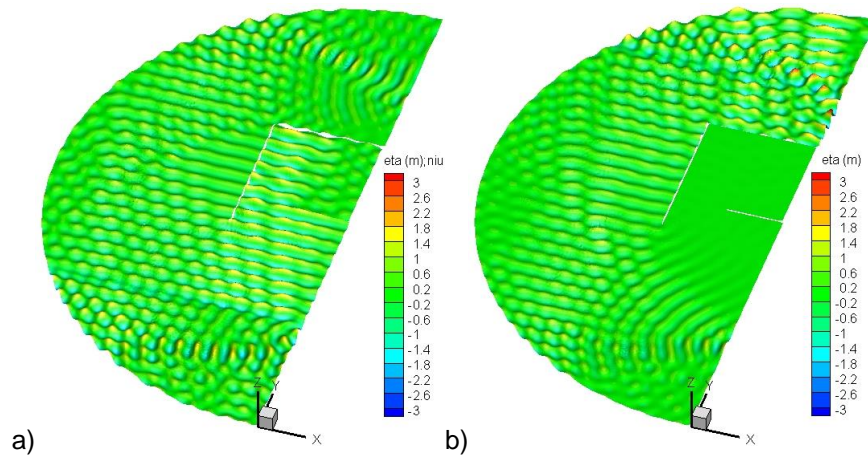


Figura 5 – Elevação da superfície livre ao fim de 600 s. Sul, Norte; Noroeste e Sudoeste.



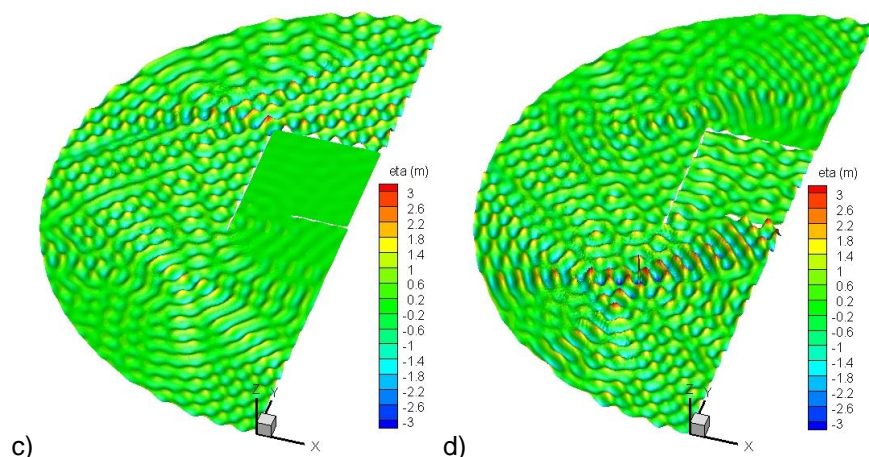


Figura 6 – Elevação da superfície livre ao fim de 600s. Sul, Norte; Noroeste e Sudoeste.(O Norte coincide com a direcção do eixo dos yy)

Na Figura 7 apresenta-se os índices de agitação no interior do porto.

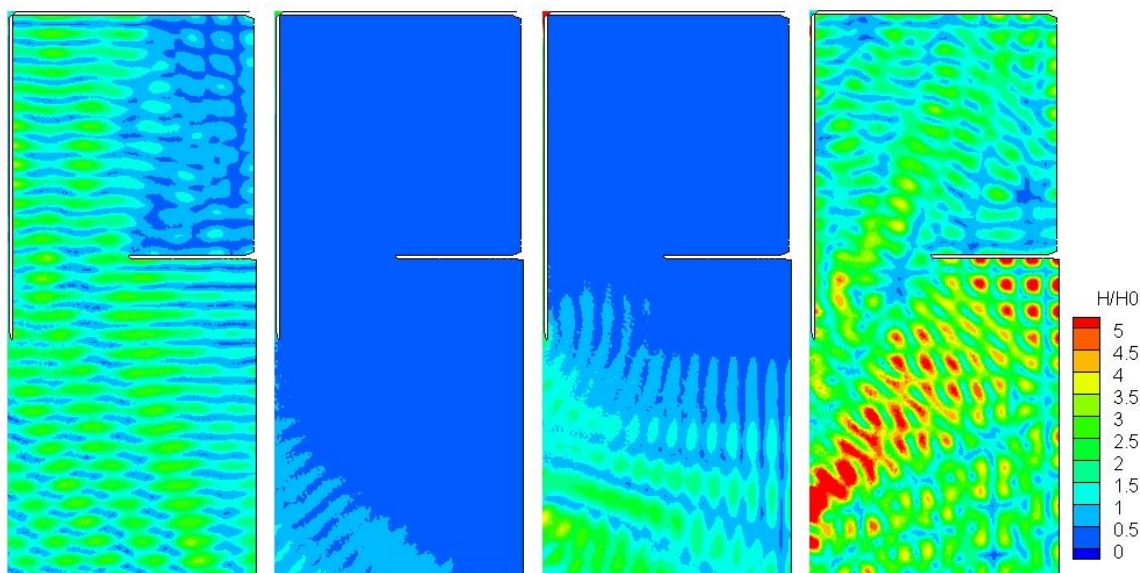


Figura 7 – Índices de agitação. Sul, Norte; Noroeste e Sudoeste.

Como se pode observar das figuras anteriores, o navio está claramente protegido das ondulações provenientes de Norte e Noroeste, ao contrário do que se verifica quando as ondulações são de Sul e principalmente de Sudoeste. Neste ultimo caso, os valores no interior do porto podem atingir 3.0.

#### 4.4 RESPOSTA DO NAVIO AMARRADO

O navio cujo comportamento se estudou tinha um volume deslocado de 108 416 m<sup>3</sup>, um comprimento na flutuação de 243 m, uma boca máxima de 42 m e um calado de 14 m. Uma vez que se pretende ilustrar apenas o funcionamento do modelo numérico para o comportamento do navio amarrado, o esquema de amarração daquele navio foi muito simples, apenas com dois travêzes ( $l_1$  e  $l_4$ ) e duas regeiras ( $l_2$  e  $l_3$ ) e duas defensas ( $f_1$  e  $f_2$ ), como mostrado na Figura 8. O eixo longitudinal do navio estava paralelo ao molhe ao qual foi amarrado com a proa distante 98 m da extremidade sul daquele molhe. Todos os cabos de amarração eram de polietileno, tinham uma tracção máxima de 1274 kN e comprimentos semelhantes (logo relações constitutivas semelhantes). A relação constitutiva de um desses cabos é apresentada na Figura 9 a). As

defensas pneumáticas tinham uma força de compressão máxima de 3034 kN, a relação constitutiva apresentada na Figura 9 b) e o coeficiente de atrito com o casco do navio de 0.35.

Como mencionado anteriormente, neste exercício vai admitir-se que a onda incidente no navio se propaga com crista rectilínea perpendicular ao molhe do porto onde o navio está amarrado. Tal hipótese torna mais simples a análise e permite utilizar directamente os resultados obtidos com o modelo numérico WAMIT para o problema de difracção do navio livre.

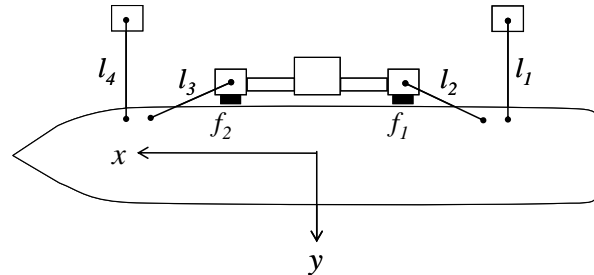


Figura 8 – Esquema da amarração do navio.

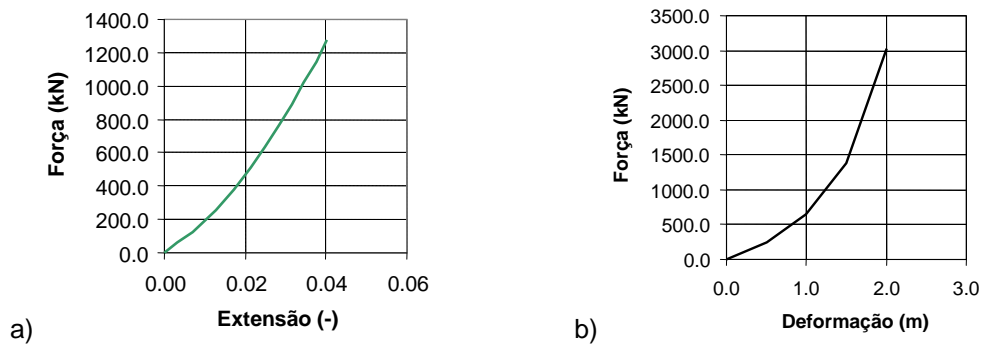


Figura 9 – Relações constitutivas: a) amarras; b) defensas.

#### 4.4.1 Domínio da frequência

No estudo, no domínio da frequência, da interação do navio livre com as ondas considerou-se que apenas a parede do molhe próximo deste tem influência naquela interação. Assim modelou-se o navio próximo a uma parede vertical com 750 m de comprimento, 50 m de largura e que ocupava a totalidade da coluna líquida, isto é, com uma altura de 17 m. O bordo do navio mais próximo da parede distava desta 30 m e a proa do navio distava 98 m da extremidade da parede.

A superfície molhada do casco do navio foi dividida em 3732 painéis enquanto a parede foi dividida em 1284 painéis. A Figura 10 mostra uma perspectiva daquelas distribuições de painéis. Utilizou-se o modelo numérico WAMIT para resolver os problemas de radiação e de difracção do navio livre para 76 frequências igualmente espaçadas entre 0.0125 rad/s e 0.95 rad/s.

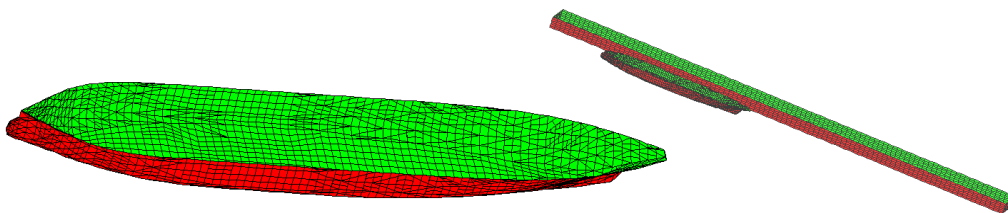


Figura 10 – Perspectivas das distribuições de painéis utilizadas para formar as superfícies molhadas do casco do navio e da parede vertical próxima do navio utilizadas pelo modelo WAMIT.

Como seria de esperar, a proximidade da parede vertical destrói a simetria do escoamento em torno do navio existente na ausência desta. Assim coeficientes de massa adicionada e de amortecimento que seriam nulos no problema de radiação do navio isolado deixam de o ser. Exemplo disso pode ser visto na Figura 11 para o acoplamento entre o avanço e o abatimento.

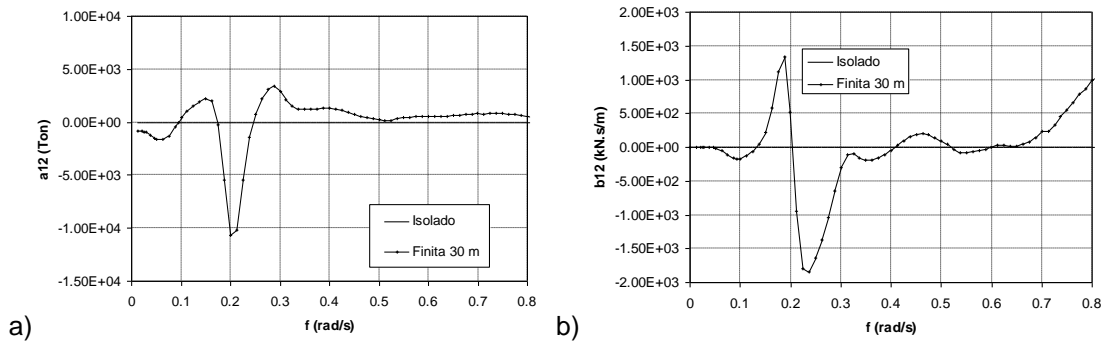


Figura 11 – Coeficientes de massa adicionada (a) e de amortecimento (b) para o acoplamento entre o avanço e o abatimento.

Também no problema de difracção, a presença da parede causa alterações nos resultados. A Figura 12 mostra, para ondas incidentes no navio provenientes de proa, que a simetria do escoamento é alterada pela presença da parede, passando a existir uma força transversal ao navio que era nula na ausência da parede.

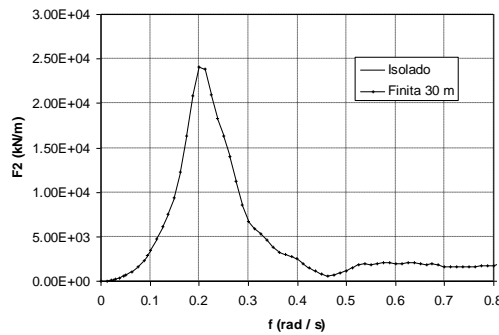


Figura 12 – Módulo da força segundo o abatimento exercida por ondas de proa com 1 m de altura incidentes no navio imobilizado.

#### 4.4.2 Domínio do tempo

Com os resultados do problema de radiação no domínio da frequência determinaram-se as funções de resposta a impulso e os coeficientes de massa adicionada para frequência infinita necessários à montagem das equações de movimento do navio amarrado. Todas funções resposta a impulso foram calculadas com intervalo de tempo de 0.1 s e uma duração máxima de 200 s. A figura 14 mostra a função resposta a impulso para o acoplamento entre o avanço e o abatimento.

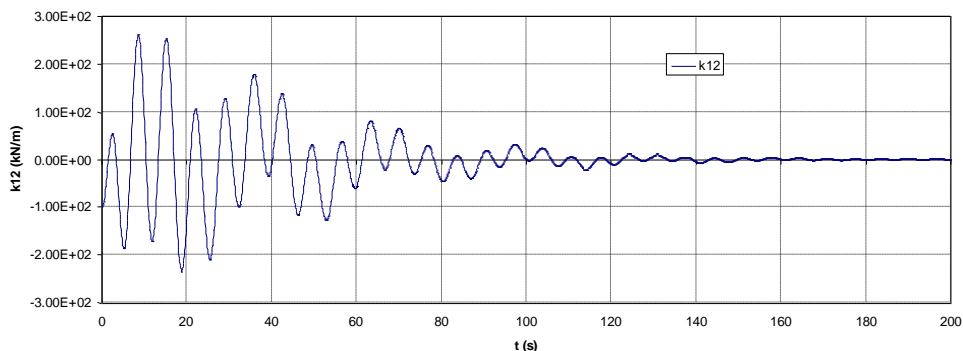


Figura 13 – Força segundo o eixo longitudinal do navio para um movimento impulsivo do navio segundo o eixo transversal em água de outra forma parada.

Partindo das funções de resposta a impulso para os 36 pares possíveis (força segundo a coordenada  $k$  devida a movimento de velocidade impulsiva segundo a coordenada  $j$ ) e dos correspondentes valores do coeficiente de massa adicionada para as diversas frequências em que se resolveu o problema de radiação no domínio da frequência e utilizando a equação (9) determinaram-se várias estimativas para a massa adicionada para frequência infinita. No Quadro 1 apresentam-se os valores considerados nas equações de movimento do navio amarrado.

Quadro 1 – Matriz de massa adicionada para frequência infinita

$\begin{matrix} j \\ k \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6
1	$3.81 \times 10^6 \text{ kg}$	$6.52 \times 10^4 \text{ kg}$	$3.72 \times 10^6 \text{ kg}$	$3.96 \times 10^5 \text{ kg m}$	$1.07 \times 10^9 \text{ kg m}$	$-1.51 \times 10^7 \text{ kg m}$
2	$6.52 \times 10^4 \text{ kg}$	$4.97 \times 10^7 \text{ kg}$	$-9.73 \times 10^6 \text{ kg}$	$-1.38 \times 10^8 \text{ kg m}$	$-4.29 \times 10^7 \text{ kg m}$	$-3.61 \times 10^7 \text{ kg m}$
3	$3.72 \times 10^6 \text{ kg}$	$-9.73 \times 10^6 \text{ kg}$	$4.86 \times 10^8 \text{ kg}$	$2.00 \times 10^7 \text{ kg m}$	$-4.18 \times 10^9 \text{ kg m}$	$5.50 \times 10^7 \text{ kg m}$
4	$3.96 \times 10^5 \text{ kg m}$	$-1.38 \times 10^8 \text{ kg m}$	$2.00 \times 10^7 \text{ kg m}$	$9.53 \times 10^9 \text{ kg m}^2$	$-5.98 \times 10^8 \text{ kg m}^2$	$2.66 \times 10^9 \text{ kg m}^2$
5	$1.07 \times 10^9 \text{ kg m}$	$-4.29 \times 10^7 \text{ kg m}$	$-4.18 \times 10^9 \text{ kg m}$	$-5.98 \times 10^8 \text{ kg m}^2$	$1.02 \times 10^{12} \text{ kg m}^2$	$-5.90 \times 10^9 \text{ kg m}^2$
6	$-1.51 \times 10^7 \text{ kg m}$	$-3.61 \times 10^7 \text{ kg m}$	$5.50 \times 10^7 \text{ kg m}$	$2.66 \times 10^9 \text{ kg m}^2$	$-5.90 \times 10^9 \text{ kg m}^2$	$1.87 \times 10^{11} \text{ kg m}^2$

As séries temporais das forças devidas às ondas incidentes no navio foram determinadas utilizando a série temporal da elevação da superfície livre estimada para o ponto 1 e os resultados do problema de difracção no domínio da frequência para ondas de proa. Face às limitações do procedimento de obtenção das séries temporais das forças, baseado na transformada rápida de Fourier, apenas se pôde considerar os primeiros 500 s da série temporal da elevação da superfície livre. A Figura 14 mostra a série temporal da força longitudinal exercida pelas ondas incidentes no navio. Na figura pode observar-se outra limitação do procedimento implementado para o cálculo da série temporal: surgem oscilações na série temporal antes da chegada da onda ao local onde o navio está amarrado (cerca do instante  $t=90$  s) que não são fisicamente possíveis.

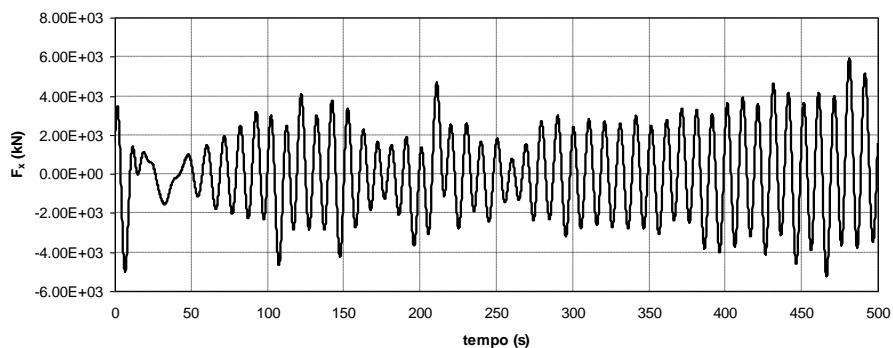


Figura 14 – Série temporal da força longitudinal actuante no navio quando as ondas incidentes no porto vêm de sul.

A série temporal dos movimentos segundo o eixo longitudinal do navio amarrado, apresentada na Figura 15, ilustra bem o carácter não linear da resposta do conjunto navio + sistema de amarração. Com efeito, para ondas oscilações da superfície livre cujo período é cerca de xx s, observam-se oscilações de período muito superior. O período destas oscilações é controlado pela existência das amarras e das defensas, como pode confirmar-se na Figura 16 e na Figura 17, com as séries temporais, respectivamente, dos esforços no travez de proa e na defesa de proa. Uma vez que os elementos do sistema de amarração produzem forças actuantes no navio no plano horizontal apenas, é para os movimentos neste plano que o comportamento não linear é mais evidente. Tal pode confirmar-se com a série temporal apresentada na Figura 18 relativa ao movimento de rolo onde se observa o período da oscilação segundo este modo semelhante ao período da onda incidente no navio.

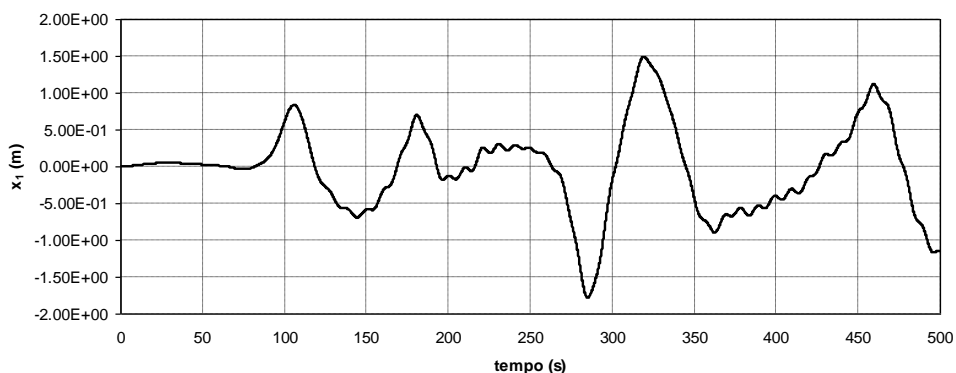


Figura 15 – Série temporal dos movimentos longitudinais do navio amarrado quando as ondas incidentes no porto vêm de sul

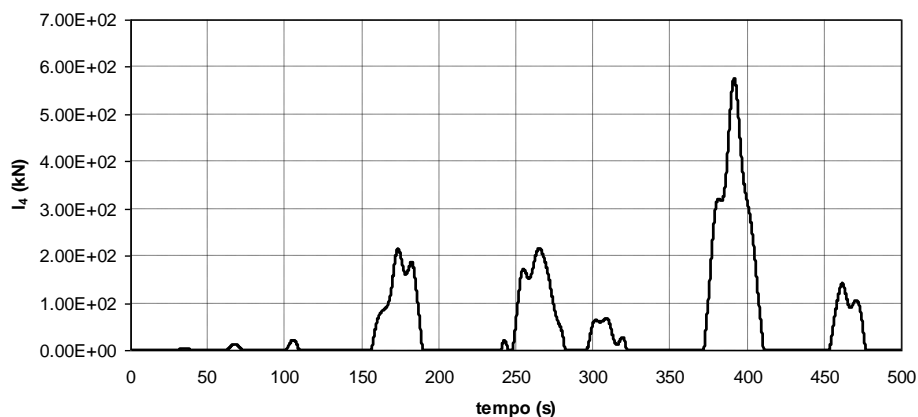


Figura 16 – Série temporal dos esforços no travês de proa (I4) quando as ondas incidentes no porto vêm de sul

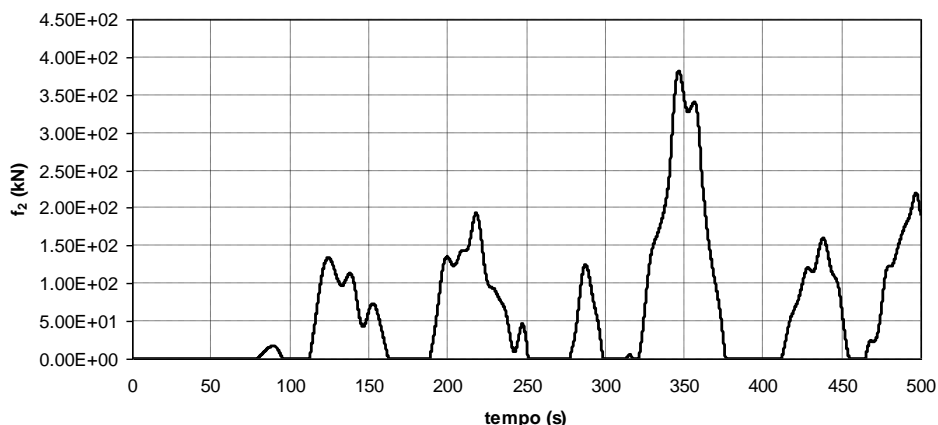


Figura 17 – Série temporal dos esforços na defesa de proa (f2) quando as ondas incidentes no porto vêm de sul

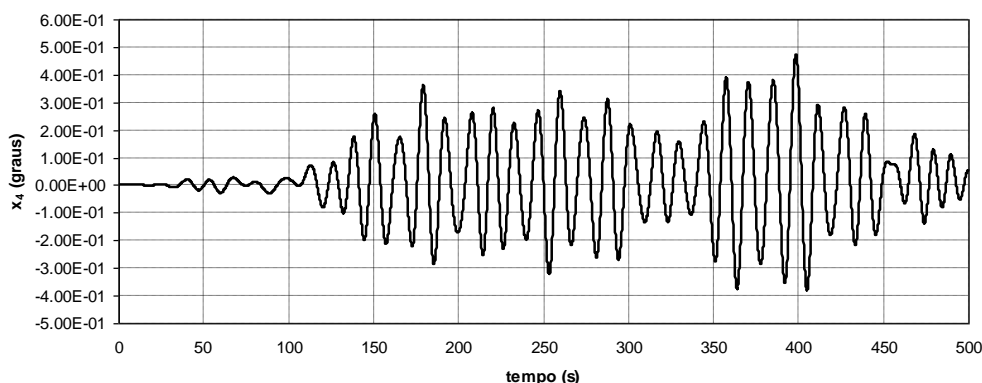


Figura 18 – Série temporal do movimento de rolo do navio amarrado quando as ondas incidentes no porto vêm de sul.

## 5 COMENTÁRIOS FINAIS

Descreveu-se uma ferramenta numérica integrada capaz de caracterizar a resposta dum navio amarrado no interior dum porto esquemático sujeito à acção da agitação marítima.

Quatro estados de mar ao largo do porto em questão foram propagados para o seu interior com o modelo numérico do tipo Boussinesq BOUSS-WMH. Com o modelo WAMIT determinou-se a resposta do navio livre sujeito a ondas monocromáticas unidireccionais.

Utilizando a série temporal da elevação da superfície livre na posição de amarração do navio para ondas vindas de Sul e a resposta do navio livre obtém-se a série temporal das forças devidas às ondas incidentes no navio. Juntando isto com as funções de resposta a impulso do navio e as relações constitutivas dos elementos do sistema de amarração o modelo BAS resolve as equações de movimento do navio amarrado no domínio do tempo.

O procedimento implementado para o cálculo da série temporal das forças actuantes no navio deu origem a oscilações antes da chegada da onda ao local onde o navio está amarrado que não são fisicamente possíveis. Estas oscilações decorrem das simplificações inerentes à FFT e é um tópico a ser investigado.

Uma análise dos movimentos do navio amarrado permite identificar o carácter não linear da resposta do conjunto navio + sistema de amarração. Uma vez que os elementos do sistema de amarração produzem forças actuantes no navio apenas no plano horizontal, é para os

movimentos neste plano que o comportamento não linear é mais evidente. Com efeito, as oscilações longitudinais do navio amarrado têm um período muito superior ao das oscilações da superfície livre. Por outro lado, relativamente ao movimento de rolo observa-se um período da oscilação semelhante ao período da onda incidente no navio.

## 6 Agradecimentos

Os autores agradecem o financiamento da FCT através dos projectos BRISA PTDC/ECM/67411/2006 e MOIA PTDC/ECM/73145/2006.

## 7 Referências

- Berzins M., Furzeland R.M., Scales L.E. A user's manual for SPRINT -a versatile software package for solving systems of algebraic, ordinary and partial differential equations: Part 3 – advanced use of SPRINT. Technical Report TNER.85.058, Thornton Res. C, Chester. (1985).
- Bingham H. B. (2000) A hybrid Boussinesq-panel method for predicting the motion of a moored ship, *Coastal Engineering*, vol 40 (1), pp 21-38.
- Cummins W. E. (1962). Impulse response function and ship motions. *Schiffstechnik*, 9, 101-109.
- Kennedy A. B., Chen Q., Kirby J. T., Dalrymple R. A. Boussinesq Modeling of Wave Transformation, Breaking, and Runup. I: 1D. *J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng.* P. 39-47, (2000).
- Korsemeier F.T., Lee C.-H., Newman J.N., Sclavounos P.D. (1988) The analysis of wave effects on tension-leg platforms, 7th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Houston, Texas, pp. 1-14.
- Kubo M., Shimoda N., Okamoto S. (1988) The time domain analysis on moored ship motions. In Proc. 21st ICCE, Malaga, ASCE, pp. 2952-2965.
- Madsen, P.A.; Sørensen, O.R. (1992) A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics: Part 2. A slowly-varying bathymetry. *Coastal Eng.* 18, 183–204.
- Molen, W.; Wenneker, I. (2008) Time-domain calculation of moored ship motions in nonlinear waves, *Coastal Engineering*, vol 55 (5) Maio, pp 409-422.
- Mynett, A.E.; Keunig, P.J.; Vis, F.C. (1985) The dynamic behaviour of moored vessels inside a harbour configuration. Int. Conf. on Numerical Modelling of Ports and Harbours, Birmingham, England: 23-25 April 1985. Cranfield: BHRA, The Fluid Engineering Centre.
- Nwogu, O. (1993) Alternative form of Boussinesq equations for near-shore wave propagation. *J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 119(6):618-638.
- Nwogu, O. E Demirbilek, Z. BOUSS-2D: A Boussinesq Wave Model for Coastal Regions and Harbors. Report 1 Theoretical Background and User.s Manual. ERDC/CHL TR-01-25, U.S. Army Corps of Engineers (2001).
- Oortmerssen, G. (1976) The motions of a moored ship in waves. *Neth. Ship Model Basin* 510, 138.
- Pina, H.L. (1990) Aplicação do Método dos Elementos Finitos às Equações de Navier Stokes. Folhas da cadeira de Métodos Numéricos em Termo Fluidos II, Mestrado em Engenharia Mecânica, IST. (isto também deve estar no livro do Pina, H.L. sobre análise numérica)
- Pinheiro L. V., Rodriguez V., Fortes C.J.E.M. (2010) Implementação do atrito de fundo e rebentação no modelo BOUSS-WMH. 1as Jornadas de Engenharia Hidrográfica. Lisboa, 21-22 de Junho.
- Pinheiro L., Fortes C.J.E.M., Santos J.A., Fernandes L., Walkley M. (2011) Boussinesq-type Numerical Model for Wave Propagation Near Shore and Wave Penetration in Harbors. MARTECH 2011 1st International Conference on Maritime Technology and Engineering. Lisboa 10 - 12 May.

- Pinheiro, L. V.; Fortes, C. J.; Fernandes J. L. (2008) Gerador de Malhas de Elementos Finitos para a Simulação Numérica de Propagação de Ondas Marítimas. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería (RIMNI). Volume 24, número 4 de Dezembro 2008.
- Pinheiro, L. V. (2007) Um método de elementos finitos para a discretização das equações de Boussinesq estendidas. Tese de mestrado. Engenharia Mecânica, IST.
- Pinkster, J.A., Naaijen, P. (2003) Predicting the effect of passing ships. Proc. 18th Int. Workshop on Water Waves and Floating Bodies. Le Croisic, April France.
- Santos, J.A. (1994) MOORNAV – Numerical model for the behaviour of moored ships. Final report. Lisbon: Report 3/94-B, Projecto NATO PO-Waves.
- Sawaragi, T., Aoki, S., Hamamoto, S. (1989) Analyses of hydrodynamic forces due to valves acting on a ship in a harbour of arbitrary geometry. In: Proc. 8th Int. Conf. Offshore Mech. and Arctic Eng., Vol. 2, 117–123.
- Sawaragi, T., Kubo, M. (1982) The motions of a moored ship in a harbour basin. In: Proc. 18th Conf. Coastal Engineering ASCE. pp. 2743–2762.
- Takagi, K., Naito, S., Hirota, K. (1993) Hydrodynamic forces acting on a floating body in a harbour of arbitrary geometry. Proc. 3rd Int. Offshore and Polar Eng. Conf. III, 192–199.
- Walkley, M.; Berzins, M. (2002) A finite element method for the two-dimensional extended Boussinesq equations. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 39(2):865–885.
- Wei G., Kirby J. T. E Sinha A. “Generation of waves in Boussinesq models using a source function method”, in Coastal Engineering, 36, pp. 271 – 299. (1999).
- Wenneker, I.; Borsboom, M.J.A.; Pinkster, J.A.; Weiler, O.M. (2006) A Boussinesq-type wave model coupled to a diffraction model to simulate wave-induced ship motion. Proc. 31st PIANC Congress. Estoril, Portugal. May.