

TESTE E VALIDAÇÃO DE UM MODELO NÃO LINEAR COM DISSIPACÃO DE ENERGIA POR REBENTAÇÃO DAS ONDAS

A. C. Zózimo^{1,2}

¹WW – Consultores de Hidráulica e Obras Marítimas, SA, Rotunda Nuno Rodrigues dos Santos, 1-B, 10.º, 2685-223, Portela LRS

²LNEC, Av. do Brasil, 101, 1700-066 Lisboa, Portugal.

catarina.zozimo@wwsa.pt

RESUMO

Neste trabalho é apresentada de forma sucinta a dedução teórica da extensão das equações de Beji e Nadaoka (1997a,b), de forma a contemplarem a dissipação de energia por rebentação das ondas. A inclusão da dissipação de energia por rebentação é efectuada através da consideração das tensões de Reynolds na equação da conservação da quantidade de movimento, mas em que o coeficiente de viscosidade turbulenta é função da coordenada vertical de forma a contabilizar os gradientes verticais. São apresentadas as principais características do modelo numérico desenvolvido, assim como os testes efectuados para a sua validação. Os principais objectivos dos testes efectuados foram os de seleccionar o critério de rebentação mais adequado para o modelo, definir regras para a definição dos valores para as condições críticas de início e de fim da rebentação consoante as características de cada caso de teste, efectuar uma análise de sensibilidade ao valor a atribuir à constante dos termos dissipativos e, por fim, avaliar o desempenho do modelo relativamente a dados de ensaios em modelo físico.

Os resultados do modelo foram comparados com os dados de ensaios em modelo físico, que abrangem praias de declive constante e um perfil barra fossa (Zózimo, 2010). Os testes efectuados permitiram atingir os objectivos propostos. Considera-se que foram obtidos bons resultados na comparação dos resultados numéricos com os dados experimentais, embora se tenha verificado a tendência para que o empolamento da onda seja subestimado. Verificaram-se algumas oscilações da solução numérica, principalmente em zonas do domínio de cálculo anteriores ao ponto de rebentação. Tanto para praias de declive constante, como para perfis do tipo barra fossa, existiu uma estreita relação entre o aumento dos valores a atribuir à condição crítica para o início da rebentação e o aumento da declividade da onda à entrada do domínio de cálculo. Relativamente aos valores a atribuir ao parâmetro dos termos dissipativos incluído no modelo, verificou-se uma concordância entre o aumento do número de Ursell à entrada do domínio de cálculo e o aumento do referido parâmetro.

1 INTRODUÇÃO

A propagação de ondas em zonas de profundidade variável pode ser bem descrita pela equação linear de declive suave apresentada por Berkhoff (1972). Esta equação tem em conta os efeitos combinados da refacção, difracção e reflexão de ondas de pequena amplitude ($H/h \ll 1$, sendo H a altura da onda e h a profundidade de água) propagando-se em fundos de declive suave. Booij (1981) demonstrou que esta equação é válida para fundos de inclinação até 1:3, permitindo a sua utilização na generalidade dos domínios costeiros.

A equação de declive suave tem vindo a ser alvo de várias extensões de forma a poder modelar outros fenómenos - efeitos das correntes na propagação das ondas (Kirby, 1984), a dissipação de energia (por atrito de fundo ou por rebentação) - e a poder ser utilizada em fundos de inclinação não suave e em zonas onde as hipóteses da teoria linear deixam de ser válidas (Kirby e Dalrymple, 1983; Liu e Tsay, 1984). No entanto, apesar dessas extensões, a equação de declive suave apresenta limitações na simulação da propagação de ondas e, à medida que a onda se aproxima de águas cada vez menos profundas, estas teorias deixam de ser válidas, pois os efeitos não lineares tornam-se mais importantes.

De forma a ultrapassar as limitações, tanto da equação linear de declive suave em águas pouco profundas, como das equações de Boussinesq em águas profundas, Nadaoka *et al.* (1984, 1987) e Beji e Nadaoka (1997a, 1997b, 1997c, 1999) desenvolveram as equações não lineares de declive suave. Na formulação dessas equações, a estrutura vertical do campo de velocidades é representada de acordo com a solução da equação de Laplace, que lhe dá uma forma hiperbólica, pelo que não têm restrições relativamente às profundidades em que podem ser aplicadas. Em segundo lugar, ao contrário das equações clássicas de declive suave, que utilizam uma única representação do campo de velocidades, esta formulação é baseada numa técnica designada por acoplamento de termos múltiplos. As equações assim deduzidas descrevem a transformação de ondas não lineares, cujo espectro em frequência é de banda larga, propagando-se sobre fundos de profundidade variável. Da versão totalmente não linear das equações (Nadaoka *et al.*, 1984), foram deduzidas versões fracamente não lineares, em que todas as contribuições não lineares de pequena ordem são retidas, pelo que são considerados os efeitos não lineares tanto em águas de pequenas como de grandes profundidades (Beji e Nadaoka, 1997a, 1997b, 1997c, 1999). Dessas versões fracamente não lineares, seleccionou-se a equação não linear de declive suave dependente do tempo para a inclusão da dissipação da energia por rebentação das ondas pois, ao propagar apenas uma componente de onda, requer um tempo de cálculo bastante inferior ao do conjunto de equações que consideram todas as componentes, embora mantendo a capacidade de propagar um espectro estreito em frequência.

A inclusão da dissipação de energia por rebentação é efectuada através da consideração das tensões de Reynolds na equação da conservação da quantidade de movimento, mas em que o coeficiente de viscosidade turbulenta é função da coordenada vertical, z , de forma a contabilizar os gradientes verticais.

Para a solução numérica da referida equação, foi modificado o modelo desenvolvido por Beji e Nadaoka (1997b), NLMSE. Esse modelo utiliza o método das diferenças finitas para a discretização espacial e temporal. As condições de fronteira implementadas no modelo são a condição de geração na fronteira de entrada e as condições de reflexão total e de radiação associadas às fronteiras laterais e de saída, respectivamente.

Após esta introdução, nas secções seguintes são apresentados a formulação teórica da dedução da equação não linear de declive suave com rebentação, e as principais características do modelo numérico desenvolvido e, por fim, são descritos os testes efectuados e respectivos resultados.

2 EQUAÇÃO NÃO LINEAR DE DECLIVE SUAVE DEPENDENTE DO TEMPO COM REBENTAÇÃO

Para incluir a rebentação na equação de declive de suave dependente do tempo, foram consideradas as tensões de Reynolds na equação original da conservação da quantidade de movimento, e foi efectuada a dedução de uma nova equação da conservação da quantidade de movimento.

A dedução da equação da conservação da quantidade de movimento com a inclusão de dissipação de energia por rebentação foi efectuada recorrendo às mesmas transformações e hipóteses simplificativas que as utilizadas por Nadaoka *et al.* (1987) na dedução da versão da equação sem dissipação de energia por rebentação, entre as quais se realçam a retenção das contribuições não lineares apenas de menor ordem e a consideração de que o fundo varia de forma suave.

Para a equação da conservação da quantidade de movimento para o escoamento médio, o termo a ser adicionado é a correlação entre as flutuações de velocidade, que é o denominado tensor de radiação de Reynolds.

As tensões de Reynolds são dadas por, segundo o conceito da viscosidade turbulenta (Kowalik e Murty, 1993):

$$R_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_j'} = \overline{\rho N(j)} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \overline{\rho N(i)} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \quad (1)$$

onde $i, j = 1, 2, 3$, $N(i) = N_h$ se $j \neq 3$ e $N(j) = N_z$ se $j = 3$. Assume-se que N_h varia em x e em y e que N_z apenas varia em z .

É de realçar que o que se pretende utilizar nesta abordagem é o conceito de viscosidade turbulenta porque o modelo que se pretende desenvolver é potencial, não é turbulento. Apenas se vai aproveitar a semelhança existente entre a rebentação e o movimento turbulento, de forma a se poder recorrer ao conceito da viscosidade turbulenta para a modelação da rebentação. Não se pretende reproduzir a rebentação, mas sim simular o seu efeito na variação da superfície livre através de uma dissipação. A premissa desta abordagem é a de que embora a turbulência tenha um papel muito importante na rebentação, para uma grande parte das aplicações em engenharia, o mais importante é o efeito médio da turbulência e não a sua flutuação instantânea (Jaw e Chen, 1998).

Considerando o conceito da viscosidade turbulenta para a definição das tensões de Reynolds, as equações da conservação da quantidade de movimento unidimensionais a ter em conta serão:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left(N_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) - N_h \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial N_h}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x}}_{\text{Termos dissipativos}} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left(N_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) - N_h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial N_h}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x}}_{\text{Termos dissipativos}} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (3)$$

Em que u , v e w são as componentes da velocidade em x , y e z , respectivamente, p é a pressão e g é a aceleração da gravidade.

Para a dedução da nova equação da conservação da quantidade de movimento com dissipação de energia por rebentação, introduz-se a hipótese simplificativa de que a viscosidade turbulenta vertical é o termo principal na dissipação de energia. Esta hipótese é plausível, pois a viscosidade turbulenta vertical é a que está associada ao termo uw que, como Nadaoka *et al.* (1989) verificaram através de ensaios unidimensionais para rebentação progressiva, é o principal contribuidor para as tensões de Reynolds. Também segundo Ting e Kirby (1994), a velocidade do escoamento médio e a intensidade da turbulência variam com a distância à superfície na rebentação progressiva, embora as variações verticais não sejam tão evidentes na rebentação mergulhante. Mais recentemente, De Serio e Mossa (2006) verificaram que as distribuições verticais das velocidades turbulentas $\overline{u'w'}$ são significativas apenas perto da zona de rebentação.

Ao considerar que a viscosidade turbulenta vertical é o termo principal na dissipação de energia, N_h pode ser desprezado. Consequentemente, começar-se-á a partir das seguintes equações de conservação da quantidade de movimento, em que se fez uso da condição de irrotacionalidade:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left(N_z \frac{\partial u}{\partial z} \right)}_{\text{Termos dissipativos}} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left(N_z \frac{\partial w}{\partial z} \right)}_{\text{Termos dissipativos}} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (5)$$

Seguindo o procedimento referido em Beji e Nadaoka (1997b), efectua-se a dedução de uma forma alternativa da equação da conservação da quantidade de movimento, que na sua forma final é dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[g\eta + \eta \frac{\partial w_0}{\partial t} + \frac{1}{2} (u_0 u_0 + w_0^2) \right] + \underbrace{\frac{\partial N_z}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\sinh k(h+z)}{k \cosh kh} \right) u \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\sinh k(h+z)}{k \cosh kh} \frac{\partial u}{\partial x} \right] \right\}}_{\text{termoC}} + \underbrace{\left(N_z \right)_\eta \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2}}_{\text{termoB}} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left(\frac{1-F}{k^2} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1-F}{k^2} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \right\} \quad (6)$$

onde u_0 e w_0 são a velocidade horizontal e vertical em $z=0$, respectivamente, k é o número de onda, η é a elevação da superfície livre, $F = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$ e h é a profundidade.

O próximo passo consiste em multiplicar a Eq. (6) por gF e integrar a equação resultante entre $-h(x)$ e a superfície linearizada: $z=0$. Os termos que terão que ser resolvidos são os designados por B e por C na Eq. (6). Como, para a solução do termo C é necessária a solução de um integral que envolve o termo N_z , este tem que ser definido. Como uma primeira aproximação, essa definição será efectuada como sugerido por Beji (2009b), considerando que N_z é proporcional à variação vertical da velocidade horizontal das partículas, pelo que $N_z = \alpha F$, sendo α um parâmetro a calibrar de dimensões m^2/s , à semelhança dos coeficientes de viscosidade turbulenta. Portanto, tem-se que:

$$\frac{\partial N_z}{\partial z} = \alpha \frac{k}{\cosh kh} \sinh k(h+z) \quad (7)$$

Após a substituição das soluções dos integrais, e juntando as suas contribuições à equação original, obtém-se a **equação da conservação da quantidade de movimento com dissipação de energia por rebentação**:

$$C_p C_g \frac{\partial u_0}{\partial t} + C_p^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[g\eta + \eta \frac{\partial w_0}{\partial t} + \frac{1}{2} (u_0 u_0 + w_0^2) \right] + \underbrace{\alpha HA \frac{\partial C_p}{\partial x} \frac{\partial u_0}{\partial x}}_{\text{termoE}} + \underbrace{\frac{\alpha k^2 C_p^6}{3g^2} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2}}_{\text{termoF}} + \underbrace{(N_z)_\eta C_p^2 \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2}}_{\text{termoG}} =$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{C_p(C_p - C_g)}{k^2} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{C_p(C_p - C_g)}{k^2} \right] \frac{\partial u_0}{\partial x} \right\} \quad (8)$$

em que

$$HA = \frac{2gh}{3[C_p - 2(C_p - C_g)]} - \frac{2C_p}{3 \cosh kh} - \frac{2[C_p - 2(C_p - C_g)]}{3 \cosh kh} +$$

$$+ \frac{2k^2 C_p^5}{9g^2} + \frac{2C_p^2 [C_p - 2(C_p - C_g)]}{3gh} + \frac{2k^2 C_p^5}{3g^2} - \frac{2hk^4 C_p^8}{3g^3 [C_p - 2(C_p - C_g)]} \quad (9)$$

onde C_p e C_g são a celeridade de fase e de grupo, respectivamente.

A equação da continuidade é dada por:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{C_p^2}{g} + \eta \right) u_0 \right] = 0 \quad (10)$$

De seguida, a equação da continuidade e a equação da conservação da quantidade de movimento são combinadas numa única equação que, após várias manipulações, tem a seguinte forma:

$$C_g \eta_{tt} - C_p^3 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \underbrace{\frac{(C_p - C_g)}{k^2} \frac{\partial^2 \eta_{tt}}{\partial x^2}}_{\text{termo dispersivo}} - \underbrace{C_p \frac{\partial}{\partial x} (C_p C_g) \frac{\partial \eta}{\partial x}}_{\text{termo de empolamento linear}} -$$

$$- \underbrace{\frac{3}{2} g C_p \left(3 - 2 \frac{C_g}{C_p} - \frac{k^2 C_p^4}{g^2} \right) \frac{\partial^2 (\eta^2)}{\partial x^2}}_{\text{termo não linear}} + \frac{2\alpha}{3} (E - 2) \frac{\partial C_p}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} -$$

$$- \alpha \frac{k C_p^5}{g^2} \left((F - 2) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{k C_p}{3} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right) - (N_z)_\eta \left[C_g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{C_p^2}{C_g} \right) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \omega^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \right] = 0 \quad (11)$$

sendo

$$E - 2 = \frac{1}{\cosh kh} [C_p + (C_p - 2(C_p - C_g))] - \frac{k^2 C_p^5}{3g^2} + \frac{hk^4 C_p^7}{g^3(2n-1)} - \frac{hg}{C_p(2n-1)} - \frac{k^2 C_p^5}{g^2} - \frac{C_p^2 [C_p - 2(C_p - C_g)]}{gh}$$

$$F - 2 = \frac{2C_p}{3} \frac{\partial k}{\partial x} + 2k \frac{\partial C_p}{\partial x} - \frac{kC_p}{3C_g} \frac{\partial C_g}{\partial x} \quad (N_z)_\eta = (\alpha F)_\eta = \alpha \left(\frac{\cosh k(h+\eta)}{\cosh kh} \right) \quad (12)$$

onde α é uma constante a definir de dimensões m²/s, cujo valor terá que ser calibrado. A Eq. (11) é a **equação não linear de declive suave dependente do tempo com dissipação de energia por rebentação**.

Como o modelo a desenvolver se trata de um modelo de resolução da fase, foi necessário optar por um de entre os critérios de rebentação apresentados na bibliografia para modelos que resolvem a fase da onda. Como critérios de rebentação a implementar no modelo de ondas, seleccionaram-se os critérios de Kennedy *et al.* (2000) e de Schäffer *et al.* (1993).

2.1 Discretização numérica e condições de fronteira

As resoluções espacial e temporal da equação não linear de declive suave com dissipação de energia por rebentação são efectuadas através do método das diferenças finitas. Seguindo um procedimento idêntico ao descrito em Beji e Nadaoka (1997b), a Eq. (11) é discretizada por diferenças finitas centrais de 2.^a ordem, para um espaçamento em x (Δx) e um passo temporal (Δt) constantes.

As condições de fronteira do modelo são a fronteira de radiação de Sommerfeld, condição de geração de Dirichlet e também a fronteira de geração-irradiação.

O modelo de diferenças finitas desenvolvido para a solução da Eq. (7) foi adaptado para resolver a Eq. (11) e deu origem ao modelo NLMSE_1D_BR, Zózimo (2010).

É de referir que testes preliminares demonstraram que o modelo numérico na sua forma actual é bastante sensível ao instante de tempo em que são activados os termos dissipativos da equação. Efectivamente, a activação dos termos dissipativos conduzia muitas vezes à interrupção dos cálculos, dependendo do instante de tempo em que se procedia à sua activação. Como, nesta fase, o objectivo principal do desenvolvimento do modelo numérico é o de verificar a validade dos novos termos, optou-se por efectuar um procedimento iterativo. Tal consiste numa primeira corrida do modelo numérico, sem dissipação de energia, para a definição dos pontos da malha em que devem ser activados os termos dissipativos e, posteriormente, com essa informação, efectua-se a corrida do modelo já com os termos dissipativos activos. A eliminação deste procedimento iterativo é um trabalho futuro.

2.2 Critérios de rebentação implementados no modelo

2.2.1 Critério de rebentação de Schäffer *et al.* (1993)

Em Schäffer *et al.* (1993) introduziu-se o método da face frontal da onda, em associação com o modelo dissipativo do rolo de superfície. O parâmetro deste método é o ângulo, ϕ , do declive local da parte frontal da onda, que é controlado por três parâmetros: a condição do início da rebentação da onda, ϕ_b , a condição de término, ϕ_0 e o tempo de duração da formação do rolo, t^* (também referido em alguns trabalhos como $t_{1/2}$, embora não tenha sido utilizado neste trabalho). Quando o valor de ϕ em qualquer ponto da parte frontal da onda excede ϕ_b , é activado o início da rebentação. Os valores destes coeficientes têm que ser calibrados de acordo com a batimetria e com o tipo de rebentação.

Perto do ponto de rebentação, as condições são altamente não lineares e equações apenas fracamente não lineares podem subestimar o declive máximo local. Consequentemente, é necessário um valor inferior de $\tan \phi$ de forma a reproduzir correctamente o ponto de rebentação (Schäffer *et al.*,

1993).

2.2.2 Critério de rebentação de Kennedy *et al.* (2000)

Segundo este critério, a rebentação começa quando a derivada temporal da elevação da superfície livre, η_t , excede um determinado valor, η_t^* . A utilização da derivada temporal da elevação da superfície livre, η_t , assegura que a dissipação está concentrada na face frontal da onda, como ocorre na natureza (Kennedy *et al.*, 2000).

Em Kennedy *et al.* (2000) considerou-se $\eta_t^{(i)} = b\sqrt{gh}$ para o início da rebentação da onda e $\eta_t^{(F)} = d\sqrt{gh}$ para o término da rebentação. Os valores dos coeficientes b e d foram escolhidos de forma a obter concordância entre os resultados das equações de Wei *et al.* (1995) e Nwogu (1993) e resultados experimentais, onde $b=0.35$ foi adoptado para uma praia barra-fossa, $b=0.65$ para uma praia de declive monotónico e $d=0.15$ (Kirby *et al.*, 1998, Kennedy *et al.*, 2000). Tal como no critério de Schäffer *et al.* (1993), os dois coeficientes (b e d) têm que ser calibrados.

3 TESTES EFECTUADOS AO MODELO DESENVOLVIDO

Para a validação do modelo NLMSE_1D_BR, foi efectuada a sua aplicação aos seguintes casos de teste:

- Caso de teste de Hansen e Svendsen (1979), de propagação de ondas sinusoidais sobre um fundo de profundidade monotonicamente decrescente;
- Caso de teste de Cox *et al.* (1995), de propagação de ondas regulares sobre um fundo de profundidade monotonicamente decrescente;
- Propagação de ondas sinusoidais sobre um perfil barra-fossa (Sancho, 2001, Sancho *et al.*, 2001).

Os objectivos principais dos testes foram os seguintes:

- Verificar qual o critério de rebentação mais adequado: se o critério apresentado em Kennedy *et al.* (2000), se o apresentado em Schäffer *et al.* (1993);
- Efectuar uma análise de sensibilidade aos valores a atribuir ao critério de rebentação e estabelecer uma metodologia para a sua definição consoante as características de cada caso de teste;
- Efectuar uma análise de sensibilidade ao valor a atribuir ao parâmetro α (Eq. 11 e Eq. 12) e estabelecer uma metodologia para a sua determinação consoante as características de cada caso de teste;
- Avaliar o desempenho do modelo relativamente a dados de ensaios em modelo físico em praias de declive constante:
 - Ao nível do andamento dos valores de alturas de onda;
 - Ao nível do andamento das séries temporais da elevação da superfície livre.
- Avaliar o desempenho do modelo numérico relativamente a dados de ensaios em modelo físico em perfis do tipo barra-fossa. Como os perfis do tipo barra-fossa envolvem uma primeira rebentação, a reformação da onda e uma segunda rebentação, há ainda que:
 - Definir qual o critério mais adequado para o fim da primeira rebentação e estabelecer linhas orientadoras relativamente aos seus valores para cada situação.

O caso de teste de Hansen e Svendsen (1979) foi apresentado com maior detalhe em Zózimo e Fortes (2011), pelo que aqui apenas se fará um pequeno resumo dos seus principais resultados.

3.1 Caso de teste de Hansen e Svendsen (1979)

A batimetria utilizada para os cálculos com o modelo para o teste de Hansen e Svendsen (1979) é apresentada na Figura 1. A profundidade na zona de profundidade constante é igual a 0.36 m e a

rampa tem um declive de 1:34.26. Após a rampa, foi introduzida uma zona de profundidade constante num comprimento de, aproximadamente, 23 m de forma a minorar possíveis influências da fronteira de saída nos cálculos com o modelo numérico.

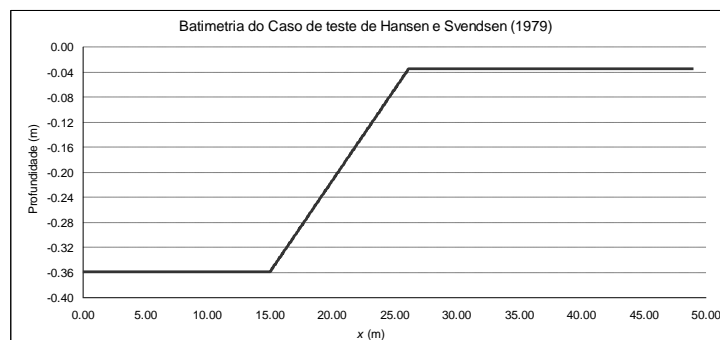


Figura 1: Batimetria para uma profundidade mínima de 0.035 m.

Dos ensaios em modelo físico realizados por Hansen e Svendsen (1979) foram seleccionados quatro, cujas características são apresentadas na Tabela 1, em que H_e , L_e e h_{min} são a altura de onda e o comprimento de onda à entrada do domínio de cálculo e a profundidade mínima, respectivamente, x_b é a localização da rebentação em x , h_b é a profundidade no local da rebentação, H_b é a altura de onda imediatamente antes da rebentação (considerada como o valor mais elevado de H), $NPCO_b$ e $NPCO_{min}$ são o número de pontos por comprimento de onda na profundidade de rebentação e na menor profundidade do domínio, respectivamente, e ξ_b é o parâmetro *Iribarren inshore*. Para os cálculos com o modelo numérico, a profundidade mínima variou consoante o caso de teste (ver Tabela 1).

Tabela 1. Características dos casos de teste de Hansen e Svendsen (1979).

Caso de teste	h_{min}	T (s)	H_e (m)	L_e (m)	x_b (m)	h_b (m)	H_b (m)	C_0 (m/s)	Δt (s)	$NPCO_b$	$NPCO_{min}$	ξ_b
051041	0.035	2.00	0.036	3.530	25.08	0.066	0.074	3.22	0.0090	40	31	0.27
061071	0.035	1.67	0.067	2.865	23.40	0.114	0.104	2.60	0.0093	43	26	0.19
031041	0.039	3.33	0.043	6.118	24.32	0.088	0.094	5.20	0.0044	77	52	0.40
A10112	0.039	1.00	0.067	1.435	24.32	0.088	0.077	1.56	0.0110	22	15	0.13

O tipo de rebentação é do tipo progressivo, embora o caso de teste 031041 já se encontre no limite da rebentação mergulhante.

O valor a atribuir ao número de Courant e ao espaçamento em x foi seleccionado após a comparação dos resultados do modelo NLMSE_1D_BR com os dados dos ensaios em modelo físico para o caso de teste 051041, e para um valor de α igual a 0.14.

3.1.1 Análise do comportamento dos critérios de rebentação

Para os quatro ensaios e para os dois tipos de fronteira de entrada: geração (G) e geração-irradiação (GR), foram efectuados cálculos para verificar o comportamento dos dois critérios de rebentação: Kennedy *et al.* (2000) (daqui em diante denominado de K2000) e Schäffer *et al.* (1993) (daqui em diante denominado S1993).

Para o critério de rebentação K2000 foram testados valores do parâmetro b dentro da gama 0.050-1.0, com um intervalo de 0.005. Para o critério de rebentação S1993 foram testados valores do ângulo ϕ_b entre 1.0° e 35.0°, com um intervalo de 0.1°.

Os resultados obtidos foram avaliados em termos das diferenças (em percentagem), Δx_{reb} (%), entre a localização da rebentação calculada pelo modelo ($x_{bestimado}$) para cada valor testado para a

condição crítica, e a localização da rebentação nos dados dos ensaios em modelo físico ($x_{b\text{dados}}$):

$$\Delta x_{reb}(\%) = \left(\frac{x_{b\text{estimado}} - x_{b\text{dados}}}{x_{b\text{dados}}} \right) * 100 \quad (13)$$

Da análise de resultados efectuada, denotaram-se certas tendências de comportamento comuns a todos os casos de teste, e aos dois critérios de rebentação:

- Os resultados obtidos tendencialmente sobestimaram a localização da rebentação verificada nos dados;
- O critério S1993 foi o que conseguiu detectar o ponto de rebentação com mais sucesso, embora seja o critério que mais vezes deu origem a uma gama de valores que não deverão ser utilizados;
- Os valores óptimos a atribuir aos parâmetros do critério de rebentação para os quatro casos de teste apresentaram uma grande variabilidade (ver Tabela 2).

Tabela 2. Teste de Hansen e Svendsen (1979). Valores dos parâmetros dos dois critérios de rebentação que conduziram aos melhores resultados.

Caso de teste	Fronteira	K2000	S1993
		Condição 1	Condição 1
051041	GR	$b=0.095/0.100$ $\Delta x_{reb} = 0.160\%$	$\phi_b = 5.600^\circ/5.700^\circ$ $\Delta x_{reb} = 0.000\%$
	G	$b=0.100$ $\Delta x_{reb} = 0.000\%$	$\phi_b = 5.800^\circ/5.900^\circ$ $\Delta x_{reb} = 0.000\%$
061071	GR	$b=0.130$ $\Delta x_{reb} = 0.340\%$	$\phi_b = 7.400^\circ$ $\Delta x_{reb} = 0.000\%$
	G	$b=0.125$ $\Delta x_{reb} = 0.000\%$	$\phi_b = 7.300^\circ/7.400^\circ$ $\Delta x_{reb} = 0.000\%$
031041	GR	$b=0.050/0.100$ $\Delta x_{reb} = 1.480\%$	$\phi_b = 2.200^\circ/2.300^\circ$ $\Delta x_{reb} = -0.165\%/0.165\%$
	G	$b=0.050$ $\Delta x_{reb} = 1.316\%$	$\phi_b = 2.300^\circ$ $\Delta x_{reb} = 0.000\%$
A10112	GR	$b=0.130$ $\Delta x_{reb} = 1.809\%$	$\phi_b = 9.500^\circ$ $\Delta x_{reb} = 3.289\%$
	G	$b=0.140/0.145$ $\Delta x_{reb} = -0.165\%/0.165\%$	$\phi_b = 8.900^\circ$ $\Delta x_{reb} = 0.329\%$

O comportamento dos dois critérios de rebentação, K2000 e S1993, foi semelhante, tendo o caso de teste A10112 tido melhores resultados com os valores mais elevados dos parâmetros, seguido pelos casos de teste 061071, 051041 e 031041. Note-se que o caso de teste 031041 corresponde a uma rebentação que já está no limite para ser considerada como mergulhante, possuindo características diferentes das dos outros três casos de teste. Este facto também poderá ser responsável pelo tão baixo valor óptimo para o critério de rebentação. O valor a atribuir ao parâmetro do critério de rebentação diminui com a diminuição da profundidade relativa (h/L) e de kh à entrada do domínio de cálculo, aumenta com a diminuição do número de Ursell no ponto de rebentação e diminui com a diminuição da declividade da onda (H/L) à entrada do domínio de cálculo e no ponto de rebentação.

3.1.2 Calibração do parâmetro α

Após a análise de sensibilidade aos critérios a utilizar para a definição do início da rebentação e da definição dos seus respectivos valores óptimos, segue-se a calibração do valor mais adequado a

atribuir ao parâmetro α para cada caso de teste.

Para tal, foram utilizados os valores óptimos do parâmetro ϕ_b para cada caso de teste, e, para cada aplicação do modelo com diferentes valores de α , os seus resultados são comparados (em termos dos valores de H_{rms}) com os dados dos ensaios em modelo físico através do cálculo das variáveis *MAE (Mean Absolute Error)* e índice de concordância de Willmott.

Na avaliação da melhor concordância, é efectuado um balanço entre os resultados obtidos para as duas secções, e é tido em conta o andamento dos valores de H_{rms} obtidos com cada valor de α , pois, por vezes surgem algumas oscilações, que não são traduzidas nos resultados estatísticos. Os valores óptimos a atribuir ao parâmetro α estão discriminados na Tabela 3 para cada caso de teste.

Tabela 3. Gama de valores óptimos de α para cada caso de teste de Hansen e Svendsen (1979).

Caso de teste	Gama de valores de α óptimos (m²/s)
A10112	0.04-0.05
061071	0.08-0.09
051041	0.09-0.10
031041	0.18-0.20

É de realçar ainda que os valores de concordância para o caso de teste A10112 foram bastante inferiores aos dos outros casos de teste.

Analisando todos os resultados obtidos, podem-se colocar as hipóteses de que o valor a atribuir ao parâmetro α aumenta com a diminuição do valor de h/L à entrada do domínio de cálculo, com a diminuição de H/L no ponto de rebentação, com o aumento do número de Ursell à entrada do domínio de cálculo e com o aumento do valor do número de Iribarren *inshore*, ξ_b .

3.1.3 Análise da evolução da solução numérica

Na Figura 2, a título de exemplo, apresentam-se os valores experimentais e numéricos para todo o domínio de cálculo para o caso de teste 051041, para a fronteira de entrada do tipo geração do modelo NLMSE_1D_BR, para a gama de valores de α óptimos.

Da análise do andamento das soluções numéricas pode-se concluir que, embora os resultados tenham sido bastante bons, existem algumas oscilações da solução numérica, principalmente na zona do domínio de cálculo anterior ao ponto de rebentação e que o modelo NLMSE_1D_BR não foi capaz de atingir a altura de onda verificada nos dados no ponto de rebentação. Tal deve-se ao facto de este ser um modelo apenas fracamente não linear.

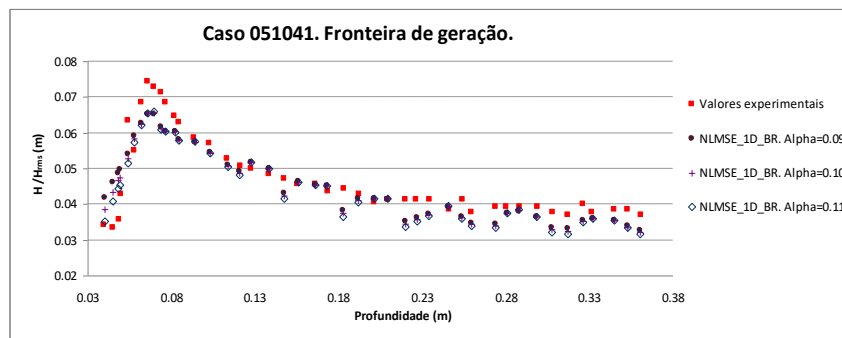


Figura 2. Caso de teste 051041. Fronteira de geração. Comparação dos resultados do modelo NLMSE_1D_BR para valores de $\alpha = 0.09, 0.10$ e 0.11 m²/s com os valores experimentais.

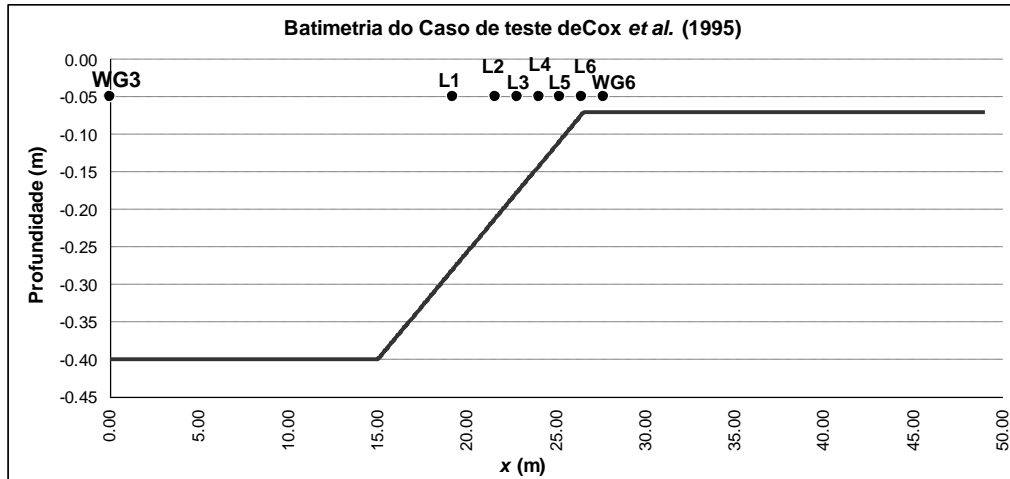
3.2 Caso de teste de Cox et al. (1995)

Cox et al. (1995) efectuaram ensaios em modelo físico num canal com 33 m de comprimento, 0.6 m de largura e 1.5 m de profundidade, onde foi colocado um fundo de declive constante e igual a

1:35. O fundo tinha alguma rugosidade, derivada de uma fina camada de areia que foi colada com resina ao fundo impermeável. A profundidade na zona de profundidade constante era de 0.4 m (ver Figura 3). Para os cálculos com o modelo numérico, e para evitar oscilações na solução, a profundidade mínima admitida foi de 0.07 m. Após a rampa, foi também introduzida uma zona de profundidade constante num comprimento de cerca de 23 m, para minorar influências da fronteira de saída.

Foram geradas ondas cnoidais regulares de período igual a 2.2 s. Os dados relevantes para este trabalho consistem em valores da elevação da superfície livre em oito sondas (WG3, L1, L2, L3, L4, L5, L6 e WG6, ver Figura 3). A série temporal da elevação da superfície livre na primeira sonda (WG3) foi utilizada como a condição inicial do modelo NLMSE_1D_BR. À entrada do domínio computacional, a onda encontra-se em águas de profundidade intermédia.

A rebentação é do tipo progressivo (Cox *et al.*, 1995) e ocorre na sonda L2, localizada em $x = 21.6$ m. A localização das oito sondas no domínio computacional e as respectivas profundidades são



indicadas na

Figura 3. Teste de Cox *et al.* (1995). Batimetria do domínio computacional e localização das oito sondas no domínio de cálculo.

Tabela 4. O espaçamento em x é de 0.04 m e o passo de cálculo do modelo é de 0.01 s, pois foi mantido igual ao do das séries temporais dos dados experimentais. O número de pontos por comprimento de onda na menor profundidade é de cerca de 45.

As características da onda incidente são apresentadas na Tabela 5, para a teoria cnoidal e para a teoria linear.

Através das séries temporais da elevação da superfície livre para cada uma das oito sondas, foi efectuado o cálculo dos valores de H_{rms} experimentais e numéricos para posterior comparação e para o cálculo das características apresentadas na Tabela 5.

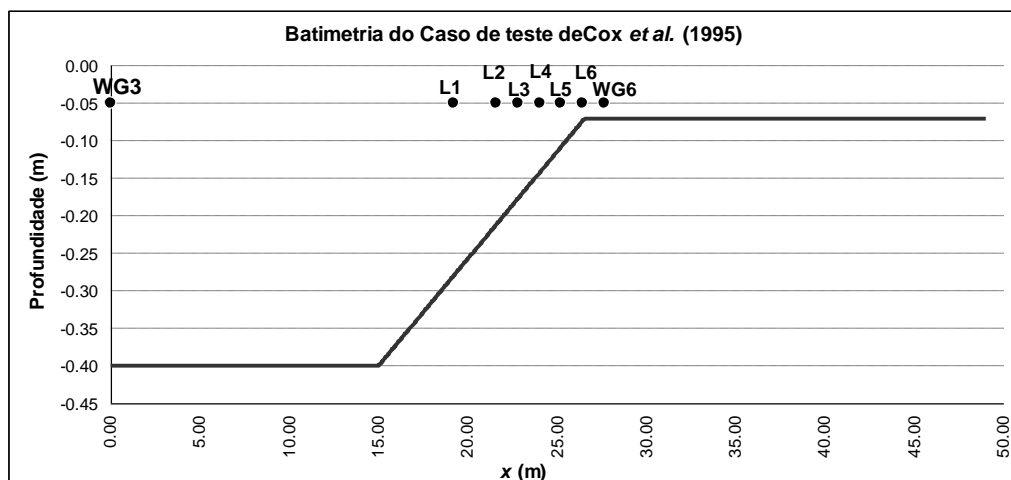


Figura 3. Teste de Cox *et al.* (1995). Batimetria do domínio computacional e localização das oito sondas no domínio de cálculo.

Tabela 4. Teste de Cox *et al.* (1995). Localização no domínio de cálculo e profundidade a que foram colocadas as sondas WG3, L1, L2, L3, L4, L5, L6 e WG6.

Sonda	WG3	L1	L2	L3	L4	L5	L6	WG6
x (m)	0.00	19.20	21.60	22.80	24.00	25.20	26.40	27.60
Profundidade (m)	0.40	0.28	0.21	0.18	0.14	0.11	0.07	0.04

Tabela 5. Características da onda para o ensaio de Cox *et al.* (1995) para a teoria linear e para a teoria cnoidal.

Teoria de onda	H_b (m)	L (m)		h/L		H/L		H/h		Ursell	
		h_e	h_b	h_e	h_b	h_e	h_b	h_e	h_b	h_e	h_b
Linear	0.173	4.11	3.07	0.10	0.07	0.03	0.06	0.32	0.81	33.48	171.00
Cnoidal		4.34	3.83	0.09	0.06	0.03	0.05			37.24	266.11

3.2.1 Análise do comportamento dos critérios de rebentação

Foi adoptada uma metodologia idêntica à apresentada para o teste de Hansen e Svendsen (1979), ver 3.1.1. Verificou-se que, para este teste, o modelo não conseguiu detectar o ponto de rebentação com precisão com nenhum dos critérios de rebentação (ver Tabela 6). O critério K2000 foi o que conduziu à localização mais próxima do ponto de rebentação, em relação ao dos dados.

Tabela 6. Teste de Cox *et al.* (1995). Valores dos parâmetros dos dois critérios de rebentação que conduziram aos melhores resultados.

K2000	S1993
Condição 1	Condição 1
$b=0.224$	ϕ_b (°) = 13.35
$\Delta x_{reb} = 6.300\%$	$\Delta x_{reb} = 6.85\%$
$x_{b\text{ estimado}} = 22.96$ m	$x_{b\text{ estimado}} = 23.08$ m

3.2.2 Calibração do parâmetro α

Para a calibração do valor mais adequado a atribuir ao parâmetro α foi utilizado o critério K2000, com $b=0.224$. Com o objectivo de demonstrar a importância da detecção correcta da localização do ponto de rebentação nos resultados do modelo numérico, foi também efectuada a mesma calibração impondo o ponto de rebentação no modelo de forma a coincidir com o dos dados experimentais.

Para ambas as localizações da rebentação, o valor da média, do desvio padrão e do MAE das diferenças entre valores numéricos e experimentais diminui com o aumento de α . O valor de α que conduziu a menores erros foi o de $\alpha = 0.20$ m²/s, para as duas localizações do ponto de rebentação.

3.2.3 Comparação das alturas de onda e das séries temporais de elevação da superfície livre

Na Figura 4 e na Figura 5 são apresentados os valores experimentais e numéricos para todo o domínio de cálculo, e para as duas localizações do ponto de rebentação, para os valores de α óptimos.

Observa-se que, novamente, o modelo NLMSE_1D_BR não foi capaz de atingir a altura de onda verificada nos dados no ponto de rebentação, pelo facto de este ser um modelo apenas fracamente não linear.

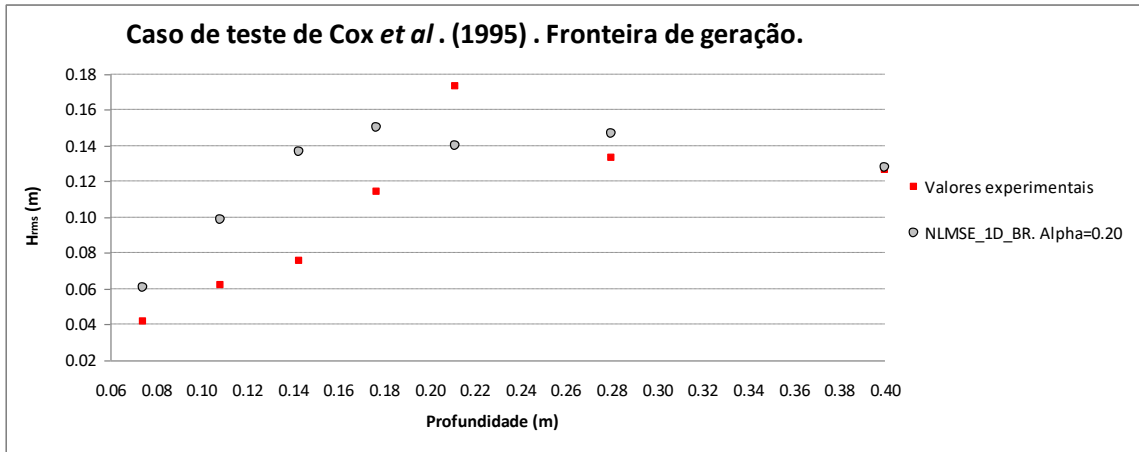


Figura 4. Teste de Cox *et al.* (1995). Fronteira de geração. Comparação dos resultados do modelo NLMSE_1D_BR para $\alpha = 0.20 \text{ m}^2/\text{s}$ com os valores experimentais para $x_{\text{bestimado}} = 22.96 \text{ m}$.

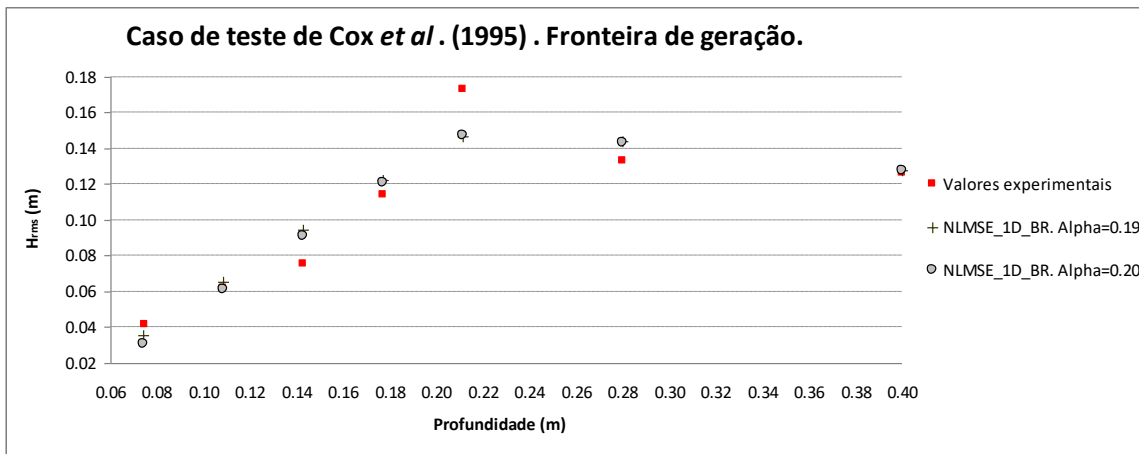


Figura 5. Teste de Cox *et al.* (1995). Fronteira de geração. Comparação dos resultados do modelo NLMSE_1D_BR para valores de $\alpha = 0.19$ e $0.20 \text{ m}^2/\text{s}$ com os valores experimentais para $x_{\text{bestimado}} = 21.60 \text{ m}$.

Da Figura 6 à Figura 9 são apresentadas as séries temporais da elevação da superfície livre dos dados dos ensaios em modelo físico e as obtidas com o modelo NLMSE_1D_BR para $x_{\text{bestimado}} = 22.96 \text{ m}$, nas sondas L1, L2, L4 e L6.

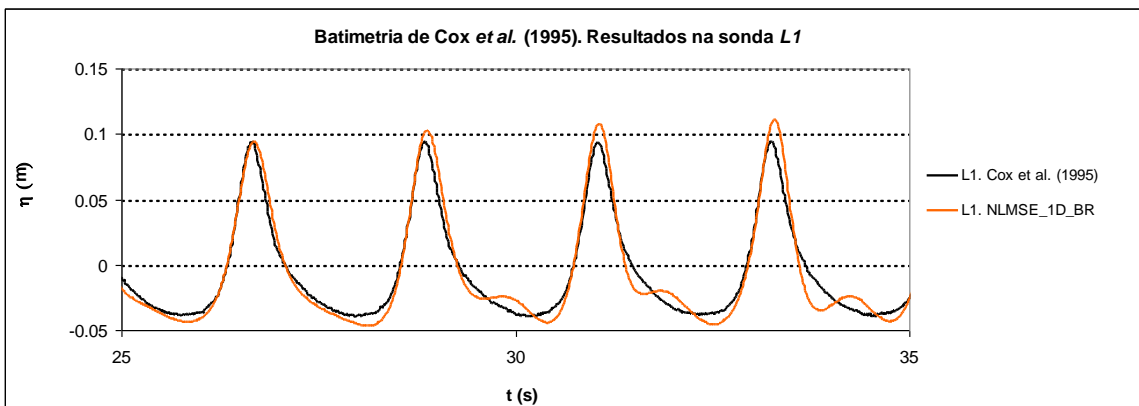


Figura 6. Teste de Cox *et al.* (1995). Elevação da superfície livre. Sonda L1. Comparação dos resultados do modelo NLMSE_1D_BR para $\alpha = 0.20 \text{ m}^2/\text{s}$ com os valores experimentais.

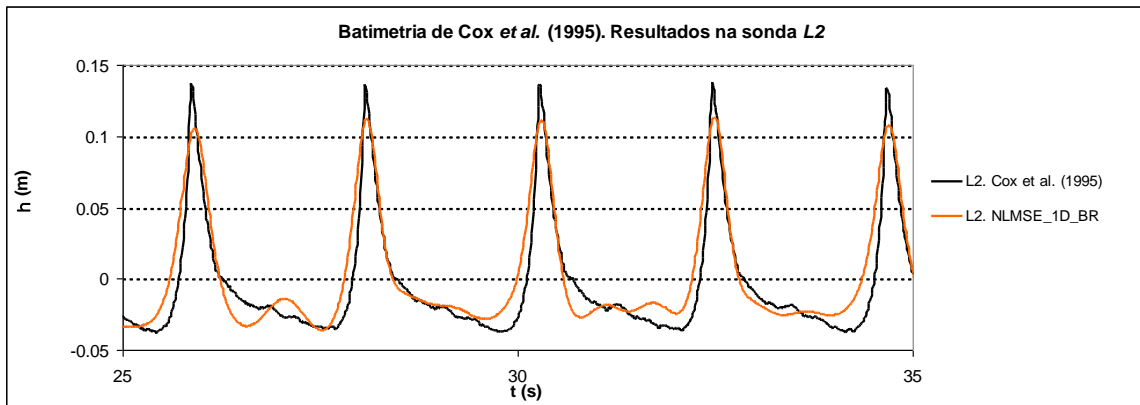


Figura 7. Teste de Cox *et al.* (1995). Elevação da superfície livre. Sonda L2. Comparação dos resultados do modelo NLMSE_1D_BR para $\alpha = 0.20 \text{ m}^2/\text{s}$ com os valores experimentais.

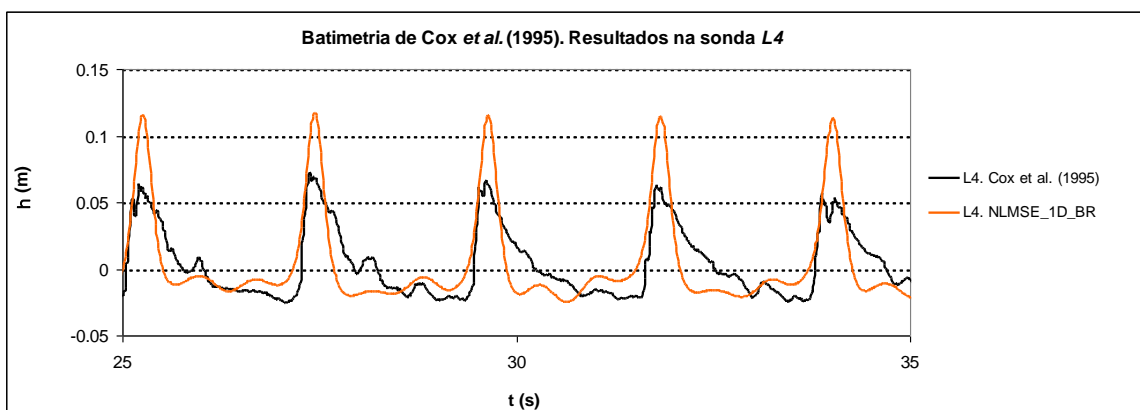


Figura 8. Teste de Cox *et al.* (1995). Elevação da superfície livre. Sonda L4. Comparação dos resultados do modelo NLMSE_1D_BR para $\alpha = 0.20 \text{ m}^2/\text{s}$ com os valores experimentais.

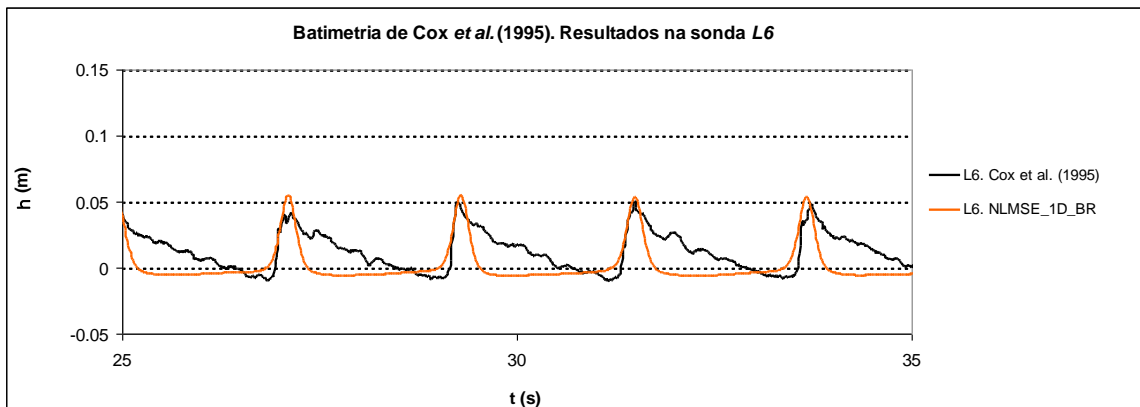


Figura 9. Teste de Cox *et al.* (1995). Elevação da superfície livre. Sonda L6. Comparação dos resultados do modelo NLMSE_1D_BR para $\alpha = 0.20 \text{ m}^2/\text{s}$ com os valores experimentais.

A análise da Figura 6 à Figura 9 confirma (tal como observado anteriormente) que o modelo numérico não consegue alcançar o valor da elevação da superfície livre dos dados na zona da rebentação, e que a solução numérica contém oscilações. Após a sonda em que ocorre a rebentação nos dados, L2, a solução numérica é superior, pois, para esta última, a rebentação apenas ocorre entre a sonda L3 e a sonda L4, superioridade que se manterá até ao fim do domínio de cálculo.

O modelo NLMSE_1D_BR também não consegue reproduzir a forma da onda após a rebentação (a partir da sonda L3), em que, enquanto a série temporal dos dados vai evoluindo para uma onda

com um perfil em dente de serra (*sawtooth*), a onda obtida com o modelo numérico continua a apresentar um perfil de uma onda cnoidal. A razão mais provável é a deste comportamento estar relacionado com o termo dispersivo da equação. Em águas pouco profundas as ondas tornam-se não dispersivas, mas o termo dispersivo da equação não linear dependente do tempo não se torna nulo, pelo que o perfil numérico é do tipo cnoidal (Beji, 2009b). No entanto, esta hipótese tem que ser mais aprofundada. Um teste possível é o de introduzir uma amplitude inicial reduzida da onda, de forma a que a onda não rebente, e sem a consideração dos termos dissipativos, comparar os registos temporais da elevação da superfície livre para verificar qual o perfil da onda numérica nessas condições.

Um outro teste é o de forçar a que seja sempre considerada uma onda de águas pouco profundas nas simulações, através da remoção do termo dispersivo da equação e da consideração que $C_p = \sqrt{gh}$. Se esta última opção resultar, posteriormente poder-se-á ter um mecanismo no modelo numérico para que seja considerada a equação das ondas de águas pouco profundas quando a profundidade se torna muito reduzida. Uma metodologia semelhante é apresentada em Tonelli e Petti (2010), que desenvolveram um modelo que resolve as equações de Boussinesq nas zonas onde ambos os efeitos dispersivos e não lineares são importantes e que resolve as equações NSW onde os efeitos não lineares prevalecem.

No entanto, é de salientar que a comparação entre os registos temporais numéricos do modelo NLMSE_1D_BR e experimentais da elevação da superfície livre permite verificar que a solução numérica se mantém em fase com a série dos dados, mesmo após o início da rebentação e do accionamento dos termos dissipativos.

3.2.4 Análise estatística dos resultados das elevações da superfície livre

Foram calculados a média, o desvio padrão, a assimetria e a curtose da série temporal da elevação da superfície livre para cada uma das sondas, para os dados experimentais e para os resultados do modelo NLMSE_1D_BR. Os resultados obtidos apresentam-se na Figura 10 e na Figura 11 para a assimetria e para a curtose, respectivamente.

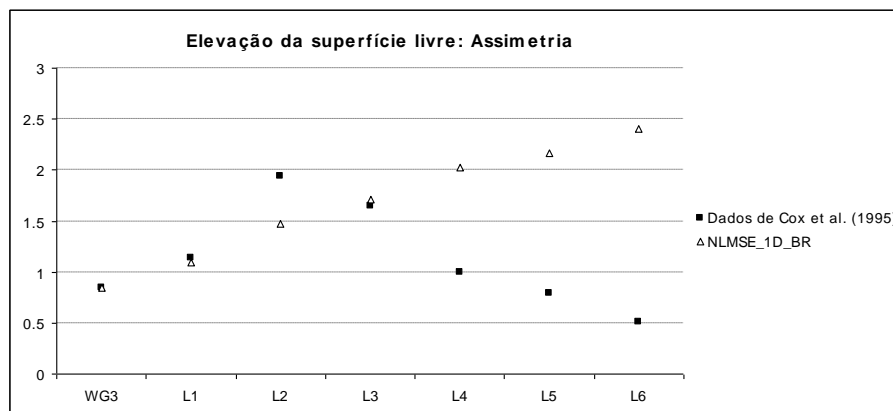


Figura 10. Teste de Cox *et al.* (1995). Comparação dos valores da assimetria da elevação da superfície livre do modelo NLMSE_1D_BR para $x_{b_{estimado}} = 22.96$ m e $\alpha = 0.20$ m²/s com os dos valores experimentais.

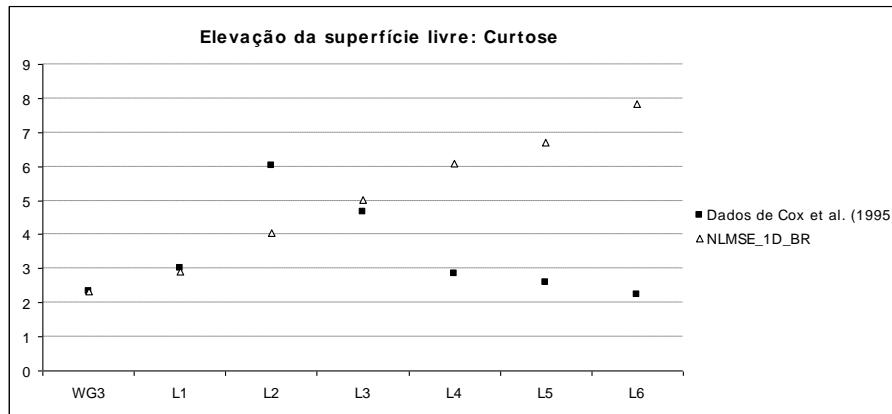


Figura 11. Teste de Cox *et al.* (1995). Comparação dos valores da curtosidade da elevação da superfície livre do modelo NLMSE_1D_BR para $x_{b_{estimado}} = 22.96$ m e $\alpha = 0.20$ m²/s com os dois valores experimentais.

Da análise das figuras, pode-se concluir que enquanto nos dados existe um comportamento distinto para as duas zonas: antes da rebentação e após a rebentação, tal não ocorre para os resultados do modelo numérico. Para os valores da assimetria e da curtosidade, verifica-se que para os dados experimentais existe um grande aumento entre a sonda WG3 e a sonda L2 (que é representativo do aumento de não linearidade), após a qual se dá uma grande diminuição, tanto dos valores da assimetria, como dos valores da curtosidade. Os resultados do modelo numérico não acompanham os dados experimentais pois, para os primeiros, tanto a assimetria como a curtosidade aumentam ao longo do domínio de cálculo.

Efectivamente, estes dois parâmetros estatísticos, a assimetria e a curtosidade, desempenham um papel importante no perfil da onda. Antes da rebentação, o perfil da onda torna-se mais assimétrico, o que se verificou nos dados experimentais. Após esse ponto, a assimetria volta a diminuir, à medida que a onda evolui para um perfil de dente de serra.

A curtosidade, que é indicativa de uma distribuição mais ou menos achatada, também reflecte esta alteração no perfil da onda antes e depois do ponto de rebentação: aumenta até à sonda L2, pois a distribuição da elevação da superfície livre se torna mais concentrada à volta de uma gama de valores, e após a rebentação volta a diminuir substancialmente pois a distribuição da elevação da superfície livre se torna mais achatada. Como, para os resultados obtidos com o modelo numérico, os valores de assimetria e de curtosidade continuam a aumentar ao longo do domínio de cálculo, o perfil da onda tem uma forma substancialmente diferente da dos dados experimentais. Considera-se que um próximo passo é o de analisar mais aprofundadamente a hipótese das diferenças em relação ao perfil da onda estarem relacionadas com o termo dispersivo.

3.3 Caso de teste de Sancho *et al.* (2001)

Os testes em modelo físico, Sancho *et al.* (2001) e Sancho (2001), foram efectuados num canal (100 m de comprimento, 3 m de largura e 5 m de profundidade) existente na Universidade Politécnica da Catalunha. O perfil longitudinal do fundo do canal é mostrado na Figura 12. A profundidade na zona de profundidade constante é de 2.05 m.

Os ensaios foram realizados para um conjunto de ondas incidentes pré-definidas e obtiveram-se valores da elevação da superfície livre em 49 localizações diferentes, através da combinação de 8 sondas de medição.

O modelo NLMSE_1D_BR foi aplicado a duas das condições incidentes regulares ensaiadas, A e B, cujas características são apresentadas na Tabela 7.

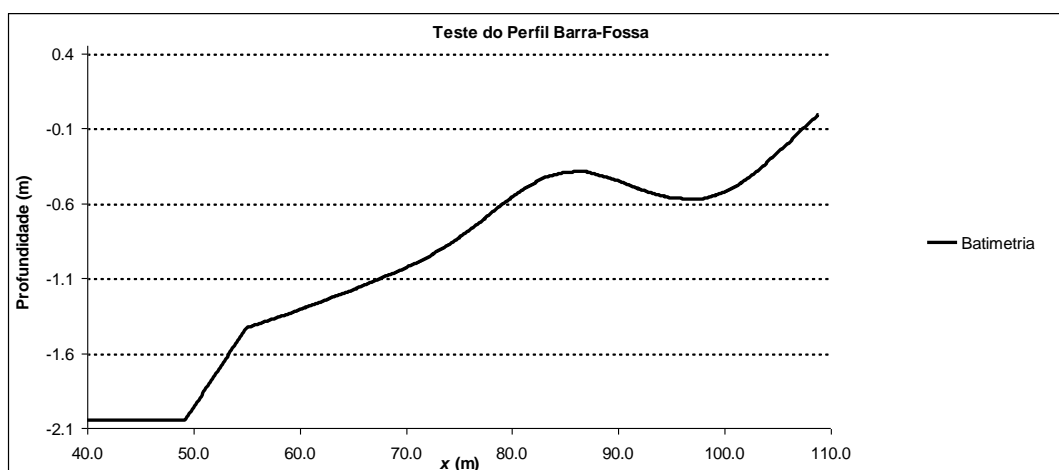


Figura 12. Teste do perfil Barra-Fossa. Geometria e batimetria.

O domínio de cálculo e a batimetria utilizados nos cálculos com o modelo NLMSE_1D_BR são idênticos aos apresentados na Figura 12, mas em que foi criada uma zona de profundidade constante e igual a 2.05 m à entrada do domínio de cálculo num comprimento de aproximadamente 40 m, pois este factor melhorava substancialmente os resultados numéricos. O número de pontos por comprimento de onda na zona menos profunda foi de 8 para o caso A e de 11 para o caso B, para um espaçamento de malha igual a 0.10 m para ambos os casos de teste. O número de Courant utilizado foi 0.40.

Tabela 7. Teste do perfil Barra-Fossa. Características das condições incidentes A e B.

Caso de Teste	H (m)	T (s)	x_b (m)	H_b (m)	h_b (m)	Tipo de rebentação	Δt (s)
A (regular)	0.210	2.500	45.500	0.300	0.390	Progressiva	0.011
B (regular)	0.210	3.500	44.000	0.310	0.410	Mergulhante	0.010

3.3.1 Análise do comportamento dos critérios de rebentação

Este teste envolve a determinação de uma primeira rebentação, em cima da barra, seguida da reformação da onda, na zona da fossa, e uma segunda rebentação na praia.

Para o critério de rebentação K2000 foram testados valores do parâmetro b dentro da gama 0.050-1.000, com um intervalo de 0.005. Para o critério de rebentação S1993 foram testados valores do ângulo ϕ_b entre 1.0° e 20.0° , com um intervalo de 0.1° . Na Tabela 8 são apresentados os valores dos parâmetros dos dois criterios de rebentação que conduziram aos melhores resultados.

Tabela 8. Teste do perfil Barra-Fossa. Valores dos parâmetros dos dois critérios de rebentação que conduziram aos melhores resultados.

Caso de teste	Fronteira	K2000	S1993
A	GR	$b=0.22$	$\phi_b = 12.90^\circ$
	G	$b=0.21$	$\phi_b = 12.30^\circ$
B	GR	$b=0.08$	$\phi_b = 4.70^\circ$
	G	$b=0.08$	$\phi_b = 4.75^\circ$

De forma a estabelecer um padrão na grandeza dos valores a atribuir aos parâmetros dos critérios de rebentação consoante as características da onda de cada caso de teste (pois a batimetria se mantém constante nos dois ensaios), foram calculadas, para a profundidade à entrada do domínio de cálculo, h_e , e para a profundidade no ponto de rebentação, h_b , uma série de variáveis cujos valores de apresentam na Tabela 9. No entanto, há que ter em conta que o tipo de rebentação é diferente

para o caso de teste A (Progressiva) e para o caso de teste B (Mergulhante).

Para o teste Barra-Fossa também parece existir uma relação directa entre a diminuição do valor da declividade da onda, H/L , à entrada do domínio de cálculo com a diminuição do valor óptimo a atribuir aos parâmetros dos critérios de rebentação (ver Tabela 8 e Tabela 9).

Tabela 9. Teste do perfil Barra-Fossa. Características dos casos de teste A e B.

Caso de teste	L (m)		h/L		kh		H/L		H/h		Ursell	
	h_e	h_b	h_e	h_b	h_e	h_b	h_e	h_b	h_e	h_b	h_e	h_b
A	8.783	4.700	0.233	0.084	1.467	0.525	0.024	0.060	0.102	0.715	1.880	102.191
B	13.930	6.858	0.147	0.067	0.925	0.376	0.015	0.046	0.102	0.666	4.730	213.230

Foi também efectuada a análise da variação da localização do fim da primeira rebentação, com os valores de α para os quais se conseguiram obter resultados com o modelo numérico (pois, para certos valores de α ocorria a interrupção dos cálculos) e com os valores óptimos dos parâmetros de rebentação para a localização do início da primeira rebentação. Verificou-se que a localização do fim da rebentação teve muito poucas variações. Observou-se que, como esperado, à medida que aumenta o valor testado para a condição crítica de fim da rebentação com cada um dos critérios de rebentação, mais a localização do fim da rebentação se aproxima da do início da primeira rebentação.

3.3.2 Calibração do parâmetro α

Para a comparação dos resultados do modelo numérico com os dados dos ensaios em modelo físico, seleccionaram-se três valores a atribuir ao parâmetro ϕ_0 . Esses três valores correspondem, para cada caso de teste, a um fim da primeira rebentação localizada a 0.40 m, a 0.70 m, e a cerca de 1.60 m após o início da rebentação.

Para cada um desses valores, efectuou-se a calibração do valor mais adequado a atribuir ao parâmetro α para cada caso de teste. Para tal, foram utilizados os valores óptimos do parâmetro ϕ_b (indicados na Tabela 8 para o critério S1993) e foi imposta a localização do início da segunda rebentação. A segunda rebentação inicia-se em $x=104.0$ m para o caso de teste A e em $x=107.0$ m para o caso de teste B. O início da segunda rebentação foi definido através do valor mais elevado de H_{rms} nos dados.

Para cada aplicação do modelo com diferentes valores de α , os seus resultados são comparados (em termos dos valores de H_{rms}) com os dados dos ensaios em modelo físico através do cálculo do MAE. O procedimento para o cálculo dos valores de H_{rms} foi idêntico ao dos testes anteriores. Este procedimento permitirá verificar, para cada caso de teste, qual é o ponto mais adequado de fim da rebentação no modelo numérico.

O domínio de cálculo foi separado em duas secções para a comparação dos resultados do modelo com os dados dos ensaios em modelo físico: a Secção 1 corresponde à zona compreendida entre a entrada do domínio de cálculo e o ponto da primeira rebentação (excluindo este último) e a Secção 2 corresponde à zona entre o ponto da primeira rebentação (inclusive) e último ponto do domínio de cálculo para o qual existem dados dos ensaios em modelo físico. Foram calculados a média, o desvio padrão, o MAE e o índice de concordância de Willmott para as diferenças entre os resultados numéricos e os valores experimentais para as duas secções do domínio e para os dois tipos de fronteira de entrada, para os valores de α testados. Relativamente aos melhores valores a atribuir ao parâmetro α para cada caso de teste, tal como foi referido são contabilizados não só os valores de MAE e do índice de Willmott nas duas secções, como também o andamento da solução numérica. Os melhores valores a atribuir ao parâmetro α estão discriminados na Tabela 10 para os dois casos de teste, para os dois tipos de fronteira de entrada (geração e geração-radiação).

Tabela 10. Teste do perfil Barra-Fossa. Gama de valores óptimos de α para cada caso de teste.

Caso de teste	Valores de α óptimos (m ² /s)
A	0.14
B	0.18

Para este teste, verificou-se uma semelhança com o verificado para o teste de Hansen e Svendsen (1979) relativamente à relação entre os valores a atribuir aos parâmetros dos critérios de rebentação e os valores óptimos para o parâmetro α : quando para um determinado caso de teste se obtêm melhores resultados com menores valores para os parâmetros de rebentação, os valores de α óptimos serão superiores. Também se verifica uma relação directa entre o aumento do número de Ursell à entrada do domínio de cálculo e o aumento do valor óptimo para o parâmetro α .

3.3.3 Comparação entre o andamento da solução numérica e dos dados experimentais

Para o caso de teste A, os resultados do modelo NLMSE_1D_BR foram também comparados com os resultados do modelo numérico FUNWAVE (Kirby *et al.*, 1998) e com a versão linear do modelo NLMSE_1D. O modelo FUNWAVE resolve as equações de Boussinesq extendidas, derivadas por Wei *et al.* (1995). A dissipação de energia por rebentação das ondas é efectuada através da inclusão de um termo de viscosidade turbulenta na equação da conservação da quantidade de movimento, descrito em Kennedy *et al.* (2000).

O critério de rebentação utilizado no modelo FUNWAVE é o critério K2000. Para o caso de teste A, o valor do parâmetro b que originou os melhores resultados do modelo FUNWAVE foi $b = 0.30$ (Mil Homens *et al.*, 2005). É ainda de referir que em Mil Homens *et al.* (2005), também se verificou para o modelo FUNWAVE (Kirby *et al.*, 1998) que, para o caso de teste B, o parâmetro b do critério K2000 tinha que ser significativamente inferior ao do caso de teste A ($b=0.20$), de forma a obter uma boa concordância com os dados dos ensaios em modelo físico. Concluiu-se que o modelo FUNWAVE obteve melhores resultados para a Secção 1, mas ligeiramente piores para a Secção 2. Na Secção 1, o modelo FUNWAVE, tal como ocorreu para o modelo NLMSE_1D_BR, obteve valores inferiores aos dos dados e, para a Secção 2, obteve valores superiores aos dos dados, demonstrando que a dissipação de energia no modelo FUNWAVE não foi a suficiente para este caso de teste. Também na Secção 1, os valores do desvio padrão para os resultados com o modelo FUNWAVE foram inferiores aos obtidos com o modelo NLMSE_1D_BR, mas na Secção 2 foram superiores.

Na Figura 13 e na Figura 14 são apresentados os valores experimentais e numéricos para todo o domínio de cálculo, para a fronteira de entrada do modelo NLMSE_1D_BR de geração-irradiação, para as gamas de valores de α seleccionadas para cada caso de teste. Como referido, para o caso de teste A também são apresentados os resultados obtidos com a versão linear do modelo NLMSE_1D e com o modelo FUNWAVE.

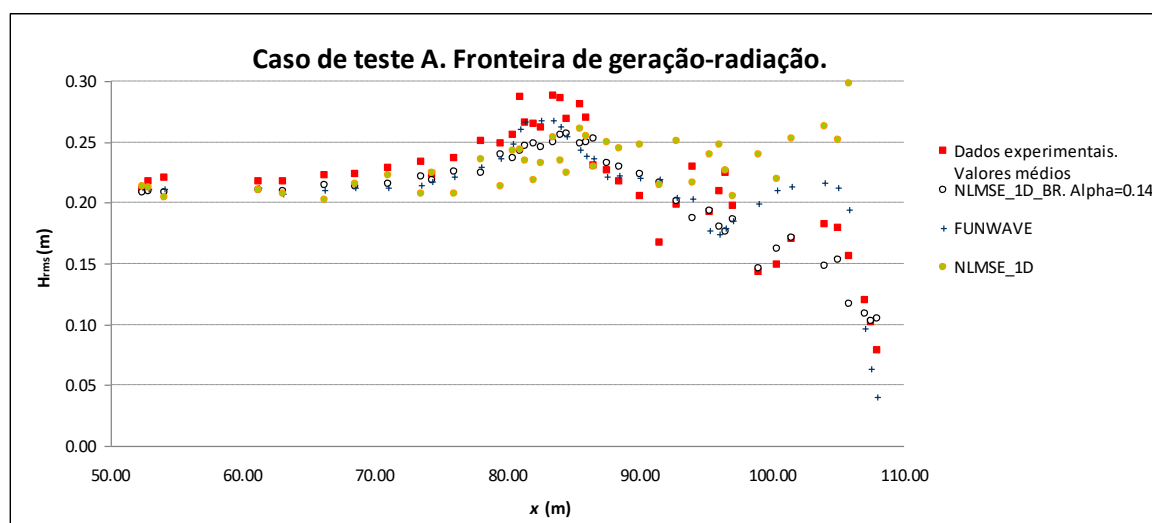


Figura 13. Teste do perfil Barra-Fossa. Caso de teste A. Comparação dos resultados do modelo

NLMSE_1D_BR para $\alpha = 0.14 \text{ m}^2/\text{s}$ com os valores experimentais.

Para o caso de teste A observou-se que em geral, o modelo NLMSE_1D reproduz razoavelmente a altura da onda antes da primeira rebentação, embora na zona a seguir, como este modelo não possui rebentação, não se dê a diminuição da altura de onda verificada nos dados experimentais. No entanto, os resultados do modelo NLMSE_1D apresentam bastantes oscilações na Secção 1, que já não se observam para o modelo NLMSE_1D_BR. Na zona da fossa, com o aumento da profundidade, dá-se a diminuição da altura de onda no modelo NLMSE_1D e uma conseqüente aproximação dos seus resultados com os dos dados experimentais. Quando a onda se aproxima da praia, dá-se um novo aumento da altura de onda e, novamente, como este modelo não tem em conta a dissipação de energia por rebentação, não consegue reproduzir a diminuição da altura de onda na zona da segunda rebentação.

Quanto aos modelos NLMSE_1D_BR e FUNWAVE, observou-se que na Secção 1, tanto os resultados do modelo FUNWAVE como os resultados do modelo NLMSE_1D_BR são inferiores aos dos dados experimentais, sendo os do modelo NLMSE_1D_BR os mais baixos. Na Secção 2, nenhum dos modelos tem uma concordância excelente com os dados experimentais, observando-se que o modelo FUNWAVE tem sempre valores superiores aos dos dados e o modelo NLMSE_1D_BR valores inferiores.

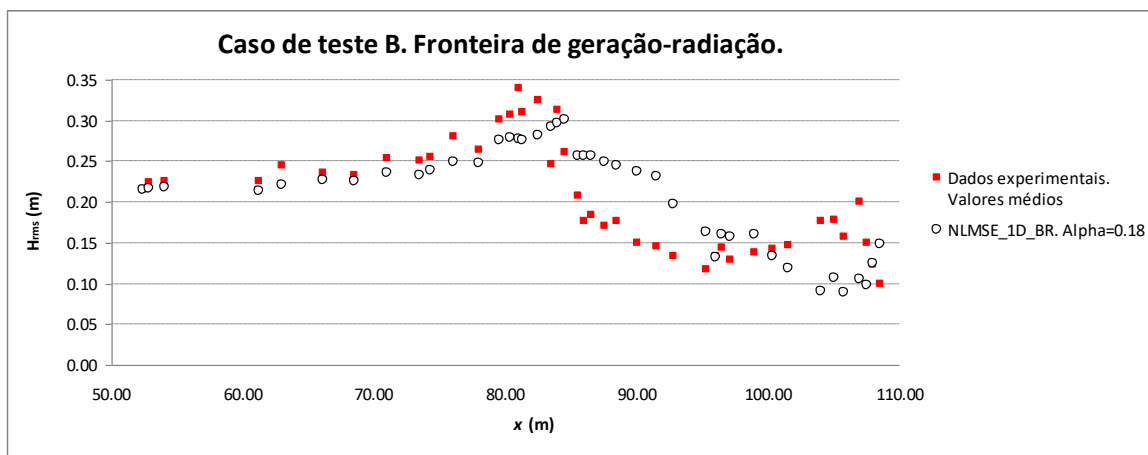


Figura 14. Teste do perfil Barra-Fossa. Caso de teste B. Comparação dos resultados do modelo NLMSE_1D_BR para $\alpha = 0.18 \text{ m}^2/\text{s}$ com os valores experimentais.

Para o caso de teste B observou-se que na zona anterior à primeira rebentação, o modelo NLMSE_1D_BR não foi novamente capaz de atingir a altura de onda verificada nos dados experimentais e, para este caso de teste, também não conseguiu dissipar a energia suficiente para se aproximar mais dos valores experimentais após a primeira rebentação. Na zona da segunda rebentação, verifica-se que o modelo NLMSE_1D_BR ainda está na fase do empolamento da onda quando nos dados já ocorreu a rebentação. Para o modelo NLMSE_1D_BR a segunda rebentação ocorreria muito mais junto à costa. Este facto demonstra mais uma vez o sistemático menor empolamento da onda no modelo numérico, e que está relacionado com a sua fraca não linearidade.

4 CONCLUSÕES

Nesta comunicação, descreveu-se o modelo de diferenças finitas NLMSE_1D_BR que resolve a equação não linear de declive suave com rebentação, apresentada por Zóximo (2010). O modelo NLMSE_1D_BR foi aplicado a três casos de teste, com a comparação dos seus resultados com dados de ensaios em modelo físico.

O modelo obteve bons resultados na sua comparação com os resultados dos ensaios em modelo físico, embora para o teste do perfil barra-fossa os resultados não tenham sido tão bons, principalmente para o caso de teste B.

Verificou-se que o modelo NLMSE_1D_BR não foi capaz de atingir a altura de onda verificada

nos dados no ponto de rebentação por ser um modelo apenas fracamente não linear. No andamento dos valores das alturas de onda verificaram-se algumas oscilações da solução numérica, principalmente na zona do domínio de cálculo anterior ao ponto de rebentação.

O critério de rebentação que conseguiu determinar com mais precisão o ponto de rebentação foi o Schäffer *et al.* (1993), com a utilização da derivada no tempo da elevação da superfície livre para a comparação com a condição crítica de início da rebentação. As menores declividades de onda à entrada do domínio de cálculo corresponderam menores valores dos parâmetros de rebentação para a condição crítica de início da primeira rebentação.

Um valor superior do número de Ursell à entrada do domínio de cálculo deu origem a um valor ótimo superior para o parâmetro dos termos dissipativos, α (Eq. 11 e Eq.12);

O modelo não consegue reproduzir a forma da onda após a rebentação e que, enquanto a série temporal dos dados evolui para uma onda com um perfil em dente de serra (*sawtooth*), a onda obtida com o modelo numérico continua a apresentar um perfil de uma onda cnoidal. Tal reflectiu-se nas diferenças observadas entre os valores da assimetria e da curtose obtidos com a série numérica e com a série experimental. A razão mais provável é a deste comportamento estar relacionado com o termo dispersivo da equação.

AGRADECIMENTOS

A autora agradece ao Professor Serdar Beji a sua disponibilidade no esclarecimento de dúvidas e na cedência do código do modelo NLMSE_1D, e à FCT o seu financiamento através da Bolsa de Doutoramento SFRH/BD/18183/2004 e do projecto PTDC/ECM/67411/2006.

REFERÊNCIAS

- Beji, S. 2009b. *Esclarecimento de dúvidas quanto à implementação da rebentação na equação não linear de declive suave dependente do tempo*, Comunicação pessoal.
- Beji, S., Nadaoka, K. 1997a. "A time-dependent nonlinear mild-slope equation for water waves", in *Proc. Royal Society London A*, Vol. 453, pp. 319-332.
- Beji, S., Nadaoka, K. 1997b. *Modelling of Nonlinear-Dispersive waves over arbitrary depths*, Technical Report, N.º 56, Department of Civil Engineering, Tokyo Institute of Technology, 115 pp.
- Beji, S., Nadaoka, K. 1997c. "Spectral modeling of nonlinear wave shoaling and breaking over arbitrary depths", in *Proc. Coastal Dynamics'97*, pp. 285-294.
- Beji, S., Nadaoka, K. 1999. "A spectral model for unidirectional nonlinear wave propagation over arbitrary depths", in *Coastal Engineering*, 36, pp. 1-16.
- Berkhoff, J.C.W. 1972. "Computation of combined refraction-diffraction", in *Proc. 13th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, Vol. 2, pp. 471-490.
- Berkhoff, J.C.W., Booij, N., Radder, A. C. 1982. "Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear waves", *Coast. Eng.*, 6, pp.255-279.
- Booij, N. 1981. *Gravity waves on water with non-uniform depth and current*, PhD Thesis, Technical University of Delft.
- De Serio, F., Mossa, M. 2006. "Experimental study on the hydrodynamics of regular breaking waves", in *Coastal Engineering*, 53, pp. 99-113.
- Hansen, J.B., Svendsen, I.A. 1979. *Regular waves in shoaling water: experimental data*, Technical Report, ISVA, Series paper 21.
- Jaw, S.Y., Chen, C.J. 1998. "Present status of second order closure turbulence models. I: Overview", in *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 124, N.º. 5, pp. 485-501.
- Kennedy, A.B., Chen, Q., Kirby, J.T., Dalrymple, R.A. 2000. "Boussinesq modeling of wave transformation, breaking and run-up. I: 1D", in *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 126, pp. 39-47.
- Kirby, J.T. 1984. "A note on linear surface wave-current interaction over slowly varying topography", in *Journal of Geophysical Research*, Vol. 89,C1,pp. 745-747.
- Kirby, J.T., Dalrymple, R.A. 1983. Propagation of weakly non-linear surface waves in the presence of varying depth and current", in *Proc. of 20th International Association Hydraulic Research*, pp. 198-202.
- Kirby, J.T., Wei, G., Chen, Q., Kennedy, A.B., Dalrymple, R.A., 1998. *FUNWAVE 1.0 Fully Nonlinear Boussinesq Wave Model Documentation and User's Manual*, CACR-98-06, Center for Applied Coastal Research, University of Delaware.
- Kowalik, Z., Murty, T.S. 1993. *Numerical modelling of ocean dynamics*, Advanced series on Ocean Engineering, Vol. 5, World Scientific, Singapore, 481 pp.
- Liu, P.L.-F., Tsay, T.-K. 1984. "Refraction-Diffraction model for weakly non-linear water waves", in *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 141, pp. 265-274.
- Nadaoka, K., Beji, S., Nakagawa, Y. 1994. "A fully-dispersive nonlinear wave model and its numerical

- solutions”, in *Proc. of 24th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, pp. 427-441.
- Nadaoka, K., Beji, S., Nakagawa, Y. 1997. “A fully dispersive weakly nonlinear model for water waves”, in *Proc. Royal Society London A*, 453, pp. 303-319.
- Nadaoka, K., Hino, M., Koyano, Y. 1989. “Structure of the turbulent flow field under breaking waves in the surf zone”, in *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 204, pp.359-387.
- Nwogu, O. 1993. “Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation”, in *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 119(6), pp. 618-638.
- Schäffer, H.A., Madsen, P.A., Deigaard, R. 1993. “A Boussinesq model for waves breaking in shallow water”, in *Coastal Engineering*, 20, pp. 185-202.
- Ting, F.C.K., Kirby, J.T. 1994. “Observation of undertow and turbulence in a laboratory surf zone”, in *Coastal Engineering*, 24, pp. 51-80.
- Wei, G., Kirby, J.T., Grilli, S.T., Subramanya, R. 1995. “A fully non linear Boussinesq model for surface waves. I: highly non linear, unsteady waves”, in *Journal of Fluid Mechanics*, 294, pp. 71-92.
- Zozimo, A.C. 2010. *Modelação Numérica da Rebentação das Ondas. Sistema Integrado de Modelação da Agitação Marítima*, Dissertação para a obtenção do grau de Doutor em Ciências de Engenharia pelo Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Novembro.
- Zozimo, A.C., Fortes, C.J.E.M. 2011. Equação Não Linear de Declive Suave Dependente do Tempo com Inclusão de Dissipação de Energia por Rebentação, in *Proceedings of CMNE 2011*, Coimbra, 14 a 17 de Junho.